

# National Testing Agency

<b>Question Paper Name :</b>	Mathematical Sciences 30th Nov 2020 Shift2
<b>Subject Name :</b>	Mathematical Sciences
<b>Creation Date :</b>	2020-11-30 19:38:39
<b>Duration :</b>	180
<b>Number of Questions :</b>	120
<b>Total Marks :</b>	200
<b>Display Marks:</b>	Yes

## Mathematical Sciences

<b>Group Number :</b>	1
<b>Group Id :</b>	7720339
<b>Group Maximum Duration :</b>	0
<b>Group Minimum Duration :</b>	180
<b>Show Attended Group? :</b>	No
<b>Edit Attended Group? :</b>	No
<b>Break time :</b>	0
<b>Group Marks :</b>	200
<b>Is this Group for Examiner? :</b>	No

## Part A General Aptitude

<b>Section Id :</b>	77203325
<b>Section Number :</b>	1
<b>Section type :</b>	Online

<b>Mandatory or Optional :</b>	Mandatory
<b>Number of Questions :</b>	20
<b>Number of Questions to be attempted :</b>	15
<b>Section Marks :</b>	30
<b>Mark As Answered Required? :</b>	Yes
<b>Sub-Section Number :</b>	1
<b>Sub-Section Id :</b>	77203349
<b>Question Shuffling Allowed :</b>	Yes

**Question Number : 1 Question Id : 772033996 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

A 3.1m x 2.2m x 2.1m block of granite is cut to have maximum number of 3m x 2m sized slabs having thickness of 4 cm. These slabs are used to make a 1.5m wide pavement. What is the maximum length (in meters) of pavement that can be made using these slabs?

1. 200
2. 220
3. 400
4. 440

**Options :**

7720333981. 1

7720333982. 2

7720333983. 3

7720333984. 4

**Question Number : 1 Question Id : 772033996 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

एक 3.1 मी. x 2.2 मी. x 2.1 मी. ग्रेनाईट के शिलाखंड को इस तरह काटा गया कि उसमें से 3 मी. x 2 मी. की अधिकतम पट्टियां बने जिनमें प्रत्येक की मोटाई 4 से.मी. हो। इन पट्टियों का उपयोग 1.5 मी. चौड़े फुटपाथ को बनाने में करना है। फुटपाथ की अधिकतम लम्बाई (मी. में) क्या होगी जो कि इन पट्टियों का उपयोग करते हुए बनाया जा सकता है?

1. 200
2. 220
3. 400
4. 440

**Options :**

7720333981. 1

7720333982. 2

7720333983. 3

7720333984. 4

**Question Number : 2 Question Id : 772033997 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

Milk rises rapidly at boiling point because

1. it becomes hotter than the vessel at boiling point
2. its temperature rapidly increases at boiling point
3. its bulk density rapidly decreases and it becomes more buoyant at boiling point
4. its vapour pressure rapidly decreases at boiling point

**Options :**

7720333985. 1

7720333986. 2

7720333987. 3

7720333988. 4

**Question Number : 2 Question Id : 772033997 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

दूध उबलने के बिंदु पर तेजी से उपर आता है क्योंकि

1. यह उबलने के बिंदु पर पात्र में ज्यादा गरम हो जाता है।
2. इसका तापमान उबलने के बिंदु पर तेजी से बढ़ता है।
3. इसका समष्टि घनत्व तेजी से कम होता है और यह उबलने के बिंदु पर अधिक उत्प्लावक हो जाता है।
4. उबलने के बिंदु पर इसका वाष्पिय दबाव तेजी से कम होता है।

**Options :**

7720333985. 1

7720333986. 2

7720333987. 3

7720333988. 4

**Question Number : 3 Question Id : 772033998 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

In an examination, each of the two brilliant students got 100 out of 100 and each of the remaining six students scored less than 12. There is no provision of getting negative marks. If  $N$  = Median score of the students and  $M$  = Mean score of the students, which of the following is true?

1.  $M > 2N$
2.  $3N/2 < M \leq 2N$
3.  $N \leq M \leq 3N/2$
4. From the above information nothing can be said about the relationship between the Median score of the students and the Mean score of the students.

**Options :**

7720333989. 1

7720333990. 2

7720333991. 3

7720333992. 4

**Question Number : 3 Question Id : 772033998 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

परीक्षा में दो प्रतिभाशाली विद्यार्थियों में से प्रत्येक को 100 में से 100 अंक प्राप्त हुए तथा बचे हुए छः विद्यार्थियों में से प्रत्येक को 12 से कम अंक प्राप्त हुए। नकारात्मक अंक प्राप्त करने का प्रावधान नहीं है। यदि  $N =$  विद्यार्थियों का मध्यस्थ अंक और  $M =$  विद्यार्थियों का औसत अंक है, तो निम्न में से कौन सा सही है?

1.  $M > 2N$
2.  $3N/2 < M \leq 2N$
3.  $N \leq M \leq 3N/2$
4. उपरोक्त सूचना के आधार पर विद्यार्थियों के मध्यस्थ अंक और औसत अंक के बीच के संबंध के बारे में कुछ नहीं कहा जा सकता।

**Options :**

7720333989. 1

7720333990. 2

7720333991. 3

7720333992. 4

**Question Number : 4 Question Id : 772033999 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

Along the common radial direction from the center of two concentric circles of radii 100 m and 150 m, point A is on the circumference of the inner circle and point B is on the circumference of the outer circle. The points A and B start moving on the respective circles with a speed of 8 m/s, at the same instant, but in opposite directions. After how many seconds, approximately, would they again cross each other along a common radial direction?

1. 31
2. 37
3. 47
4. 53

**Options :**

7720333993. 1

7720333994. 2

7720333995. 3

7720333996. 4

**Question Number : 4 Question Id : 772033999 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

दो संकेन्द्रित वृत्तों, जिनकी त्रिज्याएँ 100 m और 150 m हैं, के केन्द्र से एक समान त्रिज्या की दिशा में बिंदु A अंदरूनी वृत्त की परिधि पर और बिंदु B बाहरी वृत्त की परिधि पर स्थित है। बिंदु A एवं B अपने-अपने वृत्तों में, एक ही क्षण पर विपरीत दिशाओं में 8 मी/से. की गति से चलने शुरू होते हैं। लगभग कितने सेकेंडों के उपरान्त वे पुनः एक दूसरे को, एक समान त्रिज्या पर, पार होंगे ?

1. 31
2. 37
3. 47
4. 53

**Options :**

7720333993. 1

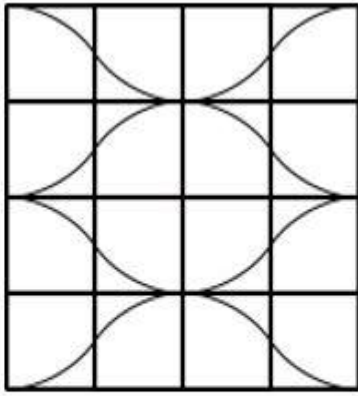
7720333994. 2

7720333995. 3









7720333996. 4

**Question Number : 5 Question Id : 7720331000 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**



Which combination of square tiles shown below can produce the given pattern on the floor?

1.  and 
2.  and 
3.  and 
4.  and 

**Options :**

7720333997. 1

7720333998. 2

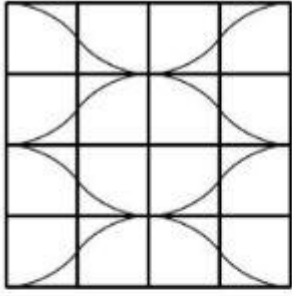
7720333999. 3

7720334000. 4

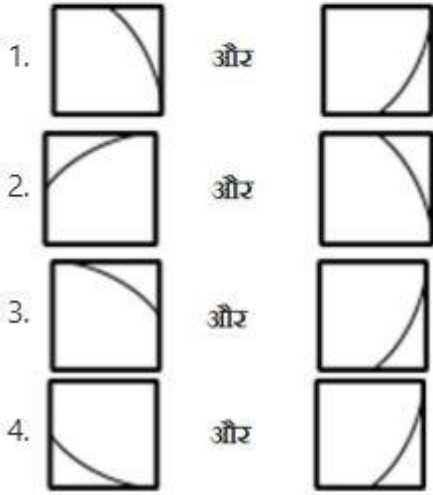
**Question Number : 5 Question Id : 7720331000 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**



निम्नांकित में से कौन सा टाईलों का जोड़ा, धरातल पर दिये गये पैटर्न का निर्माण कर सकता है ?



**Options :**

7720333997. 1

7720333998. 2

7720333999. 3

7720334000. 4

**Question Number : 6 Question Id : 7720331001 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

Fifteen females participate in a singles badminton tournament. If a player is eliminated as soon as she loses a match, how many matches are required to determine the winner?

1. 30

2. 29

3. 15

4. 14

**Options :**



7720334001. 1

7720334002. 2

7720334003. 3

7720334004. 4

**Question Number : 6 Question Id : 7720331001 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

पंद्रह महिलाएं बेडमिंटन की सिंगल्स प्रतियोगिता में भाग लेती हैं। यदि एक खिलाड़ी मैच हारते ही प्रतियोगिता से बाहर हो जाती है, तो विजेता निश्चित करने के लिये कुल कितने मैच जरूरी होंगे?

1. 30

2. 29

3. 15

4. 14

**Options :**

7720334001. 1

7720334002. 2

7720334003. 3

7720334004. 4

**Question Number : 7 Question Id : 7720331002 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

A box contains 3 white and 5 black balls. What is the probability of choosing 1 white and 1 black ball, if two balls are drawn at random, one by one, with replacement?

1. 15/64

2. 15/32

3. 3/32

4. 3/28

**Options :**

7720334005. 1

7720334006. 2

7720334007. 3

7720334008. 4

**Question Number : 7 Question Id : 7720331002 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

एक डिब्बे में 3 सफेद और 5 काली गेंदें हैं। यदि दो गेंदें, एक के बाद एक, यादृच्छिक रूप से प्रतिस्थापित करते हुए निकाली जाती हैं तो 1 सफेद और 1 काली गेंद के चुने जाने की प्रायिकता कितनी होगी?

1. 15/64

2. 15/32

3. 3/32

4. 3/28

**Options :**

7720334005. 1

7720334006. 2

7720334007. 3

7720334008. 4

**Question Number : 8 Question Id : 7720331003 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

The first day of the year 2020 was a Wednesday. The first day of 2021 would be a

1. Wednesday

2. Thursday

3. Friday

4. Monday

**Options :**

7720334009. 1

7720334010. 2

7720334011. 3

7720334012. 4

**Question Number : 8 Question Id : 7720331003 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

वर्ष 2020 का प्रथम दिन बुधवार था, वर्ष 2021 का प्रथम दिन होगा

1. बुधवार
2. गुरुवार
3. शुक्रवार
4. सोमवार

**Options :**

7720334009. 1

7720334010. 2

7720334011. 3

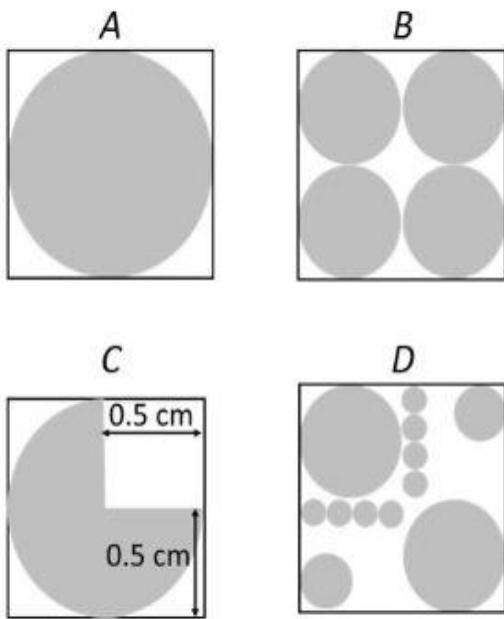
7720334012. 4

**Question Number : 9 Question Id : 7720331004 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

The shaded circles having diameter of 1, 0.5, 0.25 and 0.125 cm are inside squares of side 1 cm. The ratio of shaded area in *A* and *B* is one. The ratio of shaded area in *C* and *D* would be



1. 0.75
2. 1
3. 1.25
4. 1.5

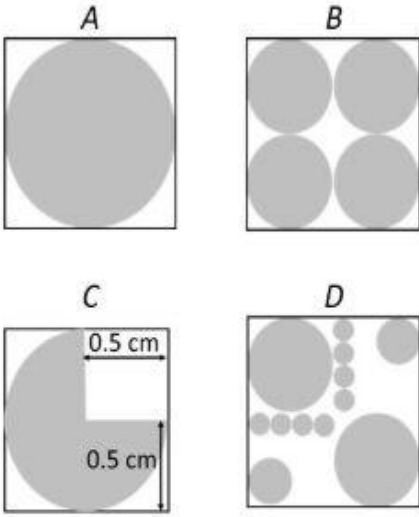
**Options :**

- 7720334013. 1
- 7720334014. 2
- 7720334015. 3
- 7720334016. 4

**Question Number : 9 Question Id : 7720331004 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

छायांकित वृत्त जिनका व्यास 1, 0.5, 0.25 एवं 0.125 से.मी. है, एक 1 से.मी. भुजा वाले वर्ग में हैं। A एवं B में छायांकित क्षेत्रफलों का अनुपात एक है। C एवं D में छायांकित क्षेत्रफलों का अनुपात होगा



1. 0.75
2. 1
3. 1.25
4. 1.5

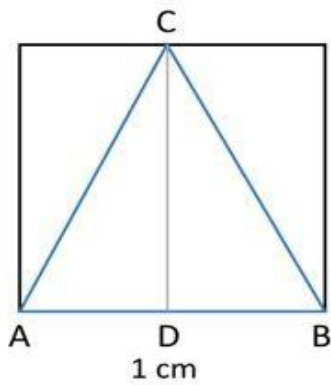
**Options :**

7720334013. 1  
 7720334014. 2  
 7720334015. 3  
 7720334016. 4

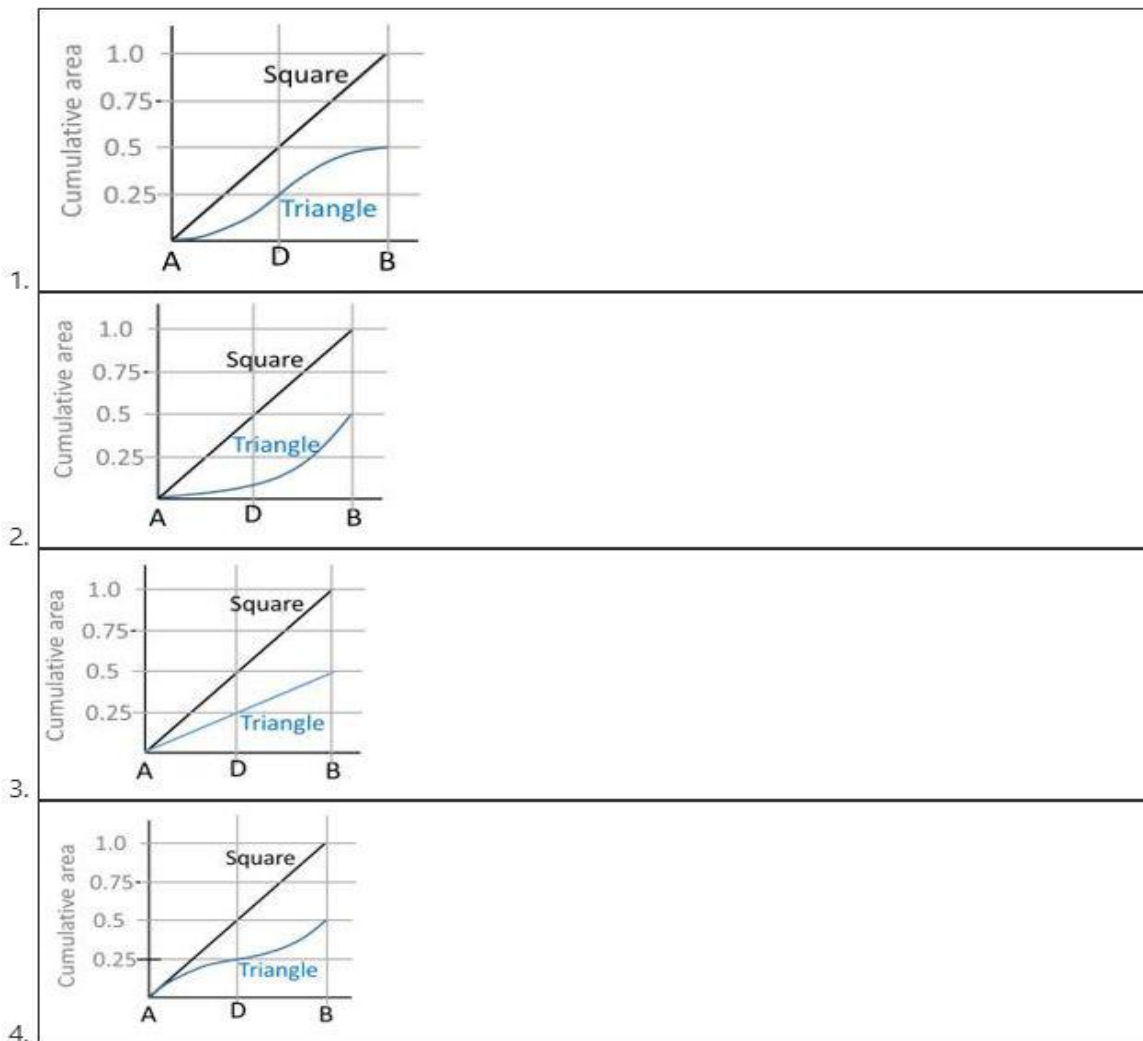
**Question Number : 10 Question Id : 7720331005 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

An isosceles triangle, ABC, is inside a square of side of 1 cm where AD=DB.



Which one of the following graphs represents cumulative area ( $\text{cm}^2$ ) of the square and the triangle when moving from A to B?



**Options :**

7720334017. 1

7720334018. 2

7720334019. 3

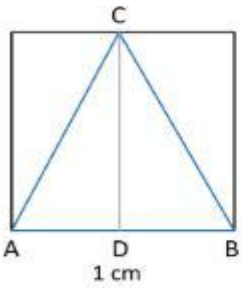
7720334020. 4

Question Number : 10 Question Id : 7720331005 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

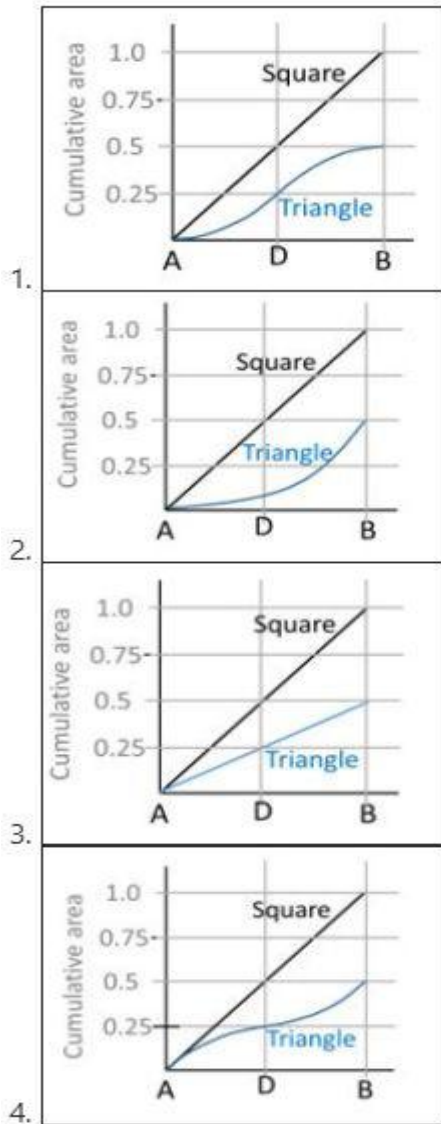
Question Mandatory : No

Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

एक समद्विबाहु त्रिभुज, ABC, एक 1 से.मी. भुजा वाले वर्ग में है, जहाँ  $AD = DB$ .



निम्न में से कौन सा ग्राफ A से B की ओर जाते हुए, वर्ग (square) एवं त्रिभुज (triangle) का संचयी क्षेत्रफल (cumulative area; से.मी<sup>2</sup>.) प्रदर्शित करता है?



Options :

7720334017. 1

7720334018. 2

7720334019. 3

7720334020. 4

**Question Number : 11 Question Id : 7720331006 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

The coding genes form a tiny fraction of about 2% of the total human genome. If the total human genome is written on a pack of 50 cards, the number of cards corresponding to coding genes would be

1. One card
2. Two cards
3. Three cards
4. Four cards

**Options :**

7720334021. 1

7720334022. 2

7720334023. 3

7720334024. 4

**Question Number : 11 Question Id : 7720331006 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

कोडिंग जीन, कुल मानवीय जीनोम का बहुत छोटा भाग, लगभग 2% होता है। यदि कुल मानवीय जीनोम को 50 कार्डों के पैक में लिख दिया जाये तो कोडिंग जीन के तत्स्थानी कितने कार्ड होंगे।

1. एक कार्ड
2. दो कार्ड
3. तीन कार्ड
4. चार कार्ड

**Options :**

7720334021. 1



7720334022. 2

7720334023. 3

7720334024. 4

**Question Number : 12 Question Id : 7720331007 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

Four locations A, B, C and D are along a straight road. Distance between A and C is 30 km. From A, a bus starts at 8 am to reach B, and another bus from C starts at 8:30 am to reach D. The buses move away from A, in the same direction with speed of the first being double of the second. They meet at 9 am, at a place covering 80% of the respective distances they are to travel. Then what is the distance between B and D?

1. 37.5 km
2. 25.0 km
3. 12.5 km
4. 7.5 km

**Options :**

7720334025. 1

7720334026. 2

7720334027. 3

7720334028. 4

**Question Number : 12 Question Id : 7720331007 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

चार स्थान A, B, C एवं D एक सीधी सड़क के किनारे हैं। A और C के बीच की दूरी 30 कि.मी. है। A से एक बस B तक पहुंचने के लिए 8 am पर चलना शुरू होती है और दूसरी बस 8:30 am पर C से D के लिए रवाना होती है। पहली बस की गति दूसरी बस की गति की दोगुनी है एवं दोनों बसें A से एक ही दिशा में दूर हो रही हैं। दोनों बसें 9 बजे ऐसे स्थान पर मिलती हैं जो कि उनके द्वारा तय किए जाने वाली क्रमशः दूरियों के 80% की दूरी पर स्थित है। B और D के बीच कितनी दूरी है ?

1. 37.5 km
2. 25.0 km
3. 12.5 km
4. 7.5 km

**Options :**

7720334025. 1

7720334026. 2

7720334027. 3

7720334028. 4

**Question Number : 13 Question Id : 7720331008 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

Probability of selection of Alex for a post is  $\frac{8}{11}$  and for Gafoor it is  $\frac{5}{14}$ . The selection of one is independent of the other. What is the probability of selection of only one of them for the post?

1.  $\frac{25}{72}$
2.  $\frac{67}{154}$
3.  $\frac{87}{154}$
4.  $\frac{15}{72}$

**Options :**

7720334029. 1

7720334030. 2

7720334031. 3

7720334032. 4

**Question Number : 13 Question Id : 7720331008 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

किसी एक पद पर एलक्स के चुनाव की प्रायिकता  $\frac{8}{11}$  है जबकि गफूर के लिये यह  $\frac{5}{14}$  है। एक का चुनाव दूसरे के चुनाव से स्वतंत्र है। दोनों में से केवल एक के उस पद पर चुने जाने की प्रायिकता कितनी है?

1.  $\frac{25}{72}$
2.  $\frac{67}{154}$
3.  $\frac{87}{154}$
4.  $\frac{15}{72}$

**Options :**

7720334029. 1
7720334030. 2
7720334031. 3
7720334032. 4

**Question Number : 14 Question Id : 7720331009 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

Suppose the standard deviation of the body temperatures of 17 persons measured in degrees Fahrenheit is 2.7. Which of the following is the standard deviation of the above 17 temperatures measured in degrees Celsius?

1. 3.5
2. 2.7
3. 2.5
4. 1.5

**Options :**

7720334033. 1
7720334034. 2
7720334035. 3
7720334036. 4

**Question Number : 14 Question Id : 7720331009 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

माना कि 17 व्यक्तियों के डिग्री फारेनाईट में नापे गये शारीरिक तापमान का मानक विचलन 2.7 है। इन 17 तापमानों के डिग्री सेल्सियस मापों का मानक विचलन निम्न में से कौन सा होगा?

1. 3.5
2. 2.7
3. 2.5
4. 1.5

**Options :**

7720334033. 1

7720334034. 2

7720334035. 3

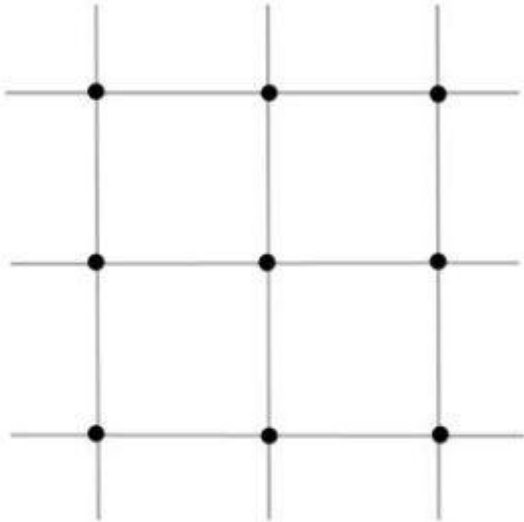
7720334036. 4

**Question Number : 15 Question Id : 7720331010 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

Dots are placed at the intersections of a grid.



How many triangles one can draw by joining these dots?

1. 74
2. 76
3. 78
4. 84

**Options :**

7720334037. 1

7720334038. 2

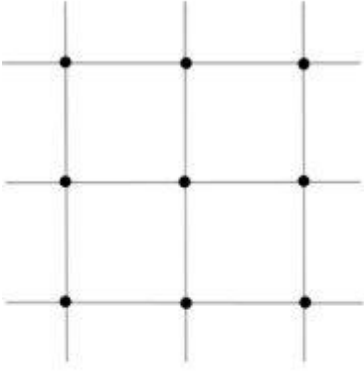
7720334039. 3

7720334040. 4

**Question Number : 15 Question Id : 7720331010 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

जाल के कटाव बिंदुओं पर डाट्स बनाये गये हैं



इन डाट्स को मिलाकर कितने त्रिभुज बनाये जा सकते हैं ?

1. 74
2. 76
3. 78
4. 84

**Options :**

7720334037. 1
7720334038. 2
7720334039. 3
7720334040. 4

**Question Number : 16 Question Id : 7720331011 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

Three liquids, A, B and C having densities of 3, 2 and 1 g/cc respectively, are mixed in the volume proportion of 1:2:3 to form a 6 ml solution. What will be the density (in g/cc) of the solution?

1. 1.7
2. 2.0
3. 2.5
4. 3.0

**Options :**

7720334041. 1

7720334042. 2

7720334043. 3

7720334044. 4

**Question Number : 16 Question Id : 7720331011 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

तीन द्रव्यों A, B एवं C जिनका घनत्व क्रमशः 3, 2 एवं 1 g/cc है को 1:2:3 के आयतनीय अनुपातों में मिश्रित करके एक 6 मि.ली. का घोल बनाया गया। इस घोल का घनत्व (g/cc में) कितना होगा?

1. 1.7

2. 2.0

3. 2.5

4. 3.0

**Options :**

7720334041. 1

7720334042. 2

7720334043. 3

7720334044. 4

**Question Number : 17 Question Id : 7720331012 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

A fair coin is tossed 8 times independently. What is the probability that the third toss results in a head?

1.  $1/8$

2.  $1/4$

3.  $1/2$

4.  $3/2^8$

**Options :**

7720334045. 1

7720334046. 2

7720334047. 3

7720334048. 4

**Question Number : 17 Question Id : 7720331012 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

एक निष्पक्ष सिक्के को 8 बार स्वतंत्र रूप से उछाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि तीसरे उछाल में परिणाम हेड होगा?

1.  $1/8$
2.  $1/4$
3.  $1/2$
4.  $3/2^8$

**Options :**

7720334045. 1

7720334046. 2

7720334047. 3

7720334048. 4

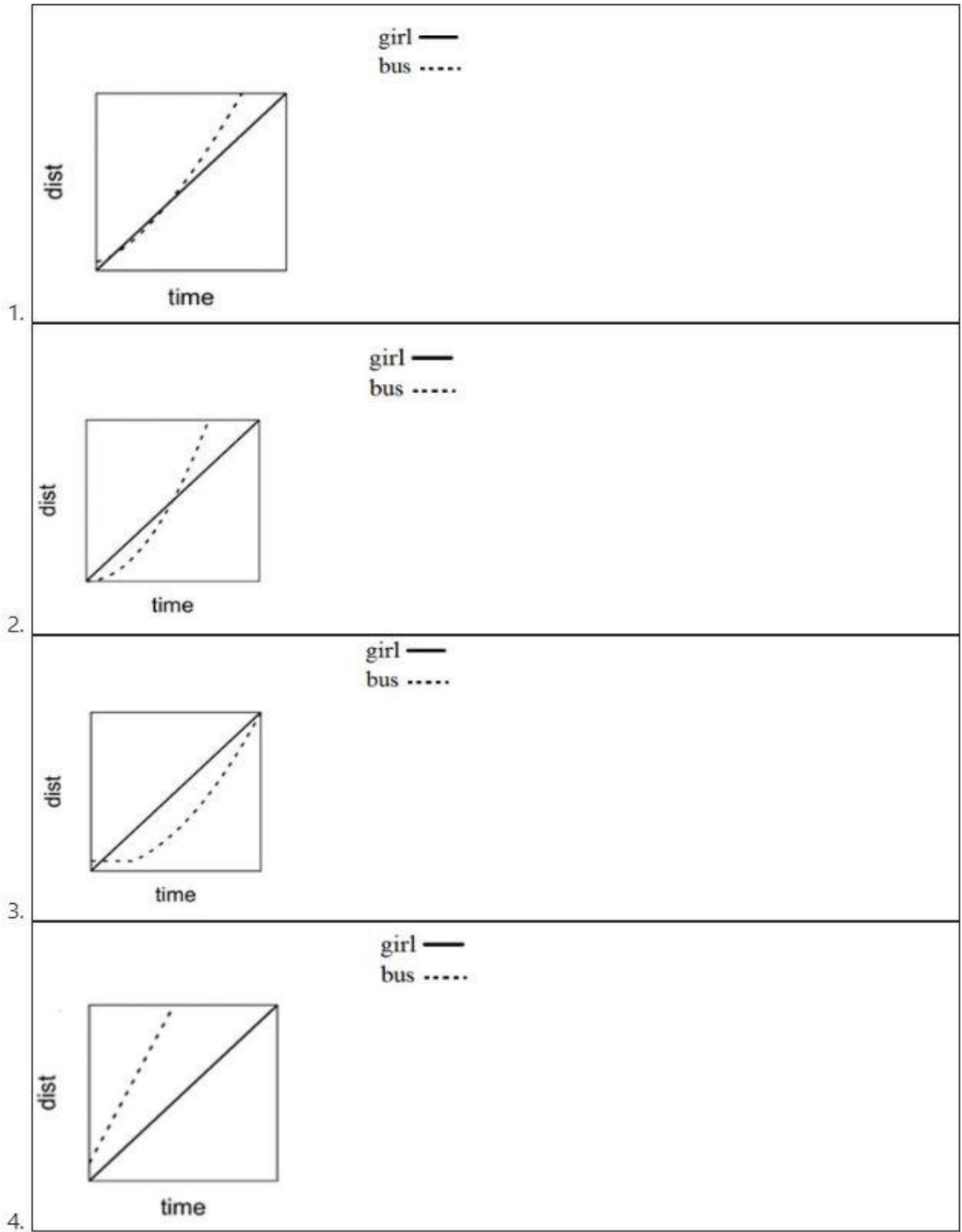
**Question Number : 18 Question Id : 7720331013 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**



A girl is running at a constant speed along a straight path to catch a bus that is some distance away from her and stationary. Before she reaches the bus, it accelerates away from her. Which of the following graphs is a possible depiction of their motion?



**Options :**

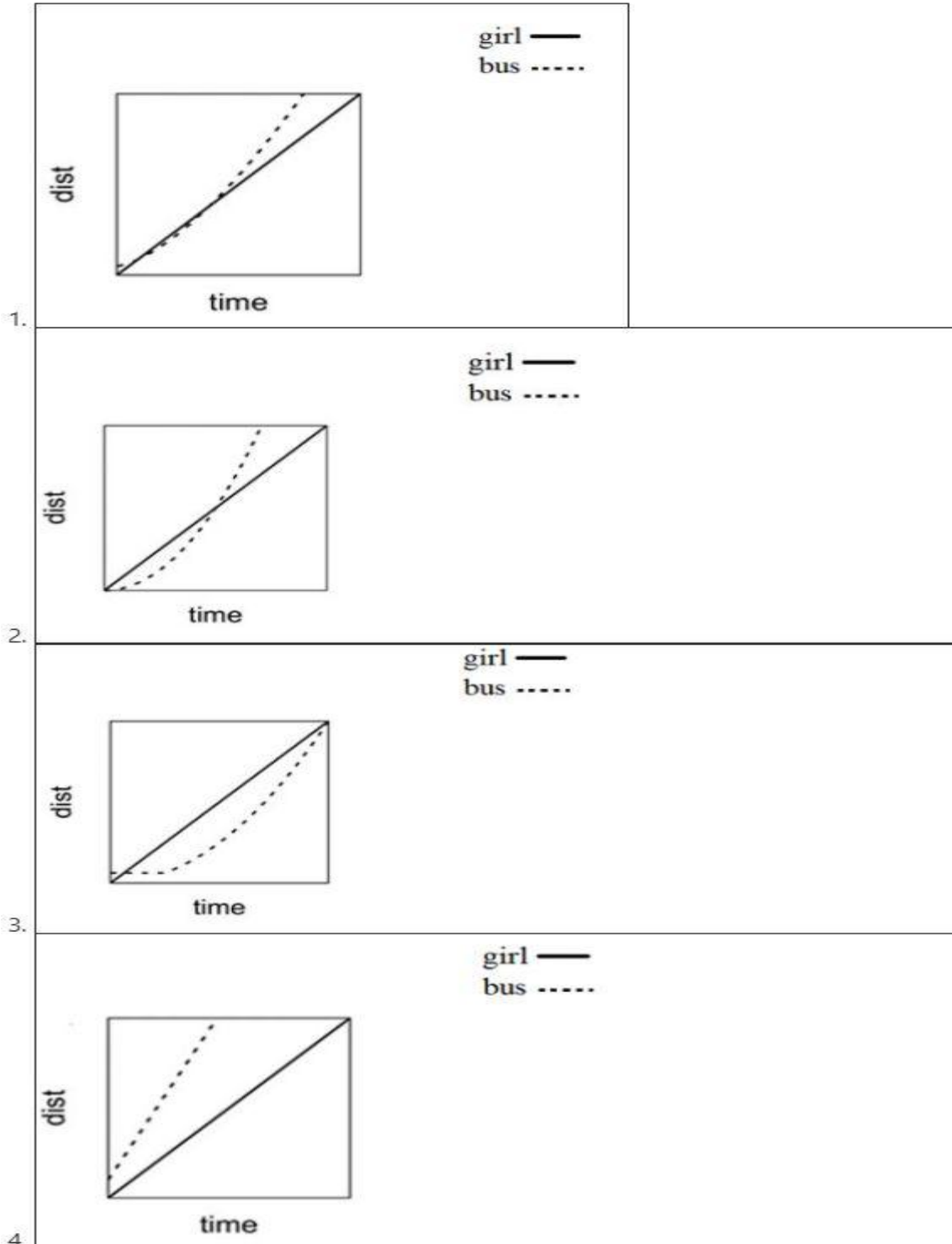
- 7720334049. 1
- 7720334050. 2
- 7720334051. 3
- 7720334052. 4

Question Number : 18 Question Id : 7720331013 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

एक लड़की (girl) एक सीधे रास्ते पर कुछ दूर पर स्थिर खड़ी बस को पकड़ने के लिए एक समान स्थिर गति से दौड़ रही है। उसके बस (bus) तक पहुंचने से पहले ही, बस (bus) उससे त्वरित रूप से दूर होने लगती है। निम्न में से कौन सा ग्राफ इस स्थिति का संभावित प्रदर्शन करता है ? (dist : दूरी ; time : समय)



Options :

7720334049. 1

7720334050. 2

7720334051. 3

7720334052. 4

**Question Number : 19 Question Id : 7720331014 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

A tap takes 6 hours to fill a water tank, a second tap takes 5 hours, a third 4 hours and a fourth 3 hours. How long, approximately, would it take to fill the tank if all the taps are used together?

1. 1 hour
2. 1.5 hours
3. 2 hours
4. 2.5 hours

**Options :**

7720334053. 1

7720334054. 2

7720334055. 3

7720334056. 4

**Question Number : 19 Question Id : 7720331014 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

एक नल एक पानी की टंकी को भरने में 6 घंटे लेता है, जबकि दूसरा नल 5 घंटे, तीसरा 4 घंटे और चौथा 3 घंटे लेता है। यदि सारे नलों का एक साथ उपयोग किया जाये तो पानी की टंकी लगभग कितने समय में भर जायेगी ?

1. 1 घंटे में
2. 1.5 घंटे में
3. 2 घंटे में
4. 2.5 घंटे में

**Options :**

7720334053. 1

7720334054. 2

7720334055. 3

7720334056. 4

**Question Number : 20 Question Id : 7720331015 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

The number of unit squares that can be fitted inside a circle of some finite diameter  $d$  is at the most

1.  $(\pi d^2/4)-1$
2.  $\pi d^2$
3.  $(\pi d^2)/4$
4.  $(\pi (d-1)^2)/4$

**Options :**

7720334057. 1

7720334058. 2

7720334059. 3

7720334060. 4

**Question Number : 20 Question Id : 7720331015 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5**

एक ईकाई वर्गों की अधिकतम संख्या जो कि एक सीमित व्यास  $d$  के वृत्त में भरे जा सकते हैं

1.  $(\pi d^2/4)-1$
2.  $\pi d^2$
3.  $(\pi d^2)/4$
4.  $(\pi (d-1)^2)/4$

**Options :**

7720334057. 1

7720334058. 2

7720334059. 3

7720334060. 4

## Part B Mathematical Sciences

Section Id :	77203326
Section Number :	2
Section type :	Online
Mandatory or Optional :	Mandatory
Number of Questions :	40
Number of Questions to be attempted :	25
Section Marks :	75
Mark As Answered Required? :	Yes
Sub-Section Number :	1
Sub-Section Id :	77203350
Question Shuffling Allowed :	Yes

**Question Number : 21 Question Id : 7720331016 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Suppose that  $A, B$  are two non-empty subsets of  $\mathbb{R}$  and  $C = A \cap B$ .

Which of the following conditions imply that  $C$  is empty?

1.  $A$  and  $B$  are open and  $C$  is compact
2.  $A$  and  $B$  are open and  $C$  is closed
3.  $A$  and  $B$  are both dense in  $\mathbb{R}$
4.  $A$  is open and  $B$  is compact

**Options :**

7720334061. 1

7720334062. 2

7720334063. 3

7720334064. 4

Question Number : 21 Question Id : 7720331016 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

माना कि  $A$  और  $B$ ,  $\mathbb{R}$  के दो अरिक्त उपसमुच्चय हैं तथा  $C = A \cap B$ , तब निम्नलिखित में से कौन सा प्रतिबंध सूचित करता है कि  $C$  रिक्त है ?

1.  $A$  और  $B$  विवृत्त हैं तथा  $C$  संहत है।
2.  $A$  और  $B$  विवृत्त हैं तथा  $C$  संवृत्त है।
3.  $A$  और  $B$  दोनों  $\mathbb{R}$  में सघन है।
4.  $A$  विवृत्त है तथा  $B$  संहत है।

Options :

7720334061. 1

7720334062. 2

7720334063. 3

7720334064. 4

Question Number : 22 Question Id : 7720331017 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{((n+1)(n+2) \cdots (n+n))^{1/n}}{n}$$

1. is equal to  $\frac{e}{4}$
2. is equal to  $\frac{4}{e}$
3. is equal to  $e$
4. does not exist

Options :

7720334065. 1

7720334066. 2

7720334067. 3

7720334068. 4

Question Number : 22 Question Id : 7720331017 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{((n+1)(n+2) \cdots (n+n))^{1/n}}{n}$$

1.  $\frac{e}{4}$  के बराबर है।
2.  $\frac{4}{e}$  के बराबर है।
3.  $e$  के बराबर है।
4. विद्यमान नहीं है।

**Options :**

7720334065. 1

7720334066. 2

7720334067. 3

7720334068. 4

**Question Number : 23 Question Id : 7720331018 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $Y = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$  and let  $h: Y \rightarrow Y$  be a strictly increasing function. The total number of functions  $g: Y \rightarrow Y$  satisfying

$$g(h(j)) = h(g(j)), \quad \forall j \in Y \text{ is}$$

1. 0
2. 100!
3.  $100^{100}$
4.  $100^{98}$

**Options :**

7720334069. 1

7720334070. 2

7720334071. 3

7720334072. 4

**Question Number : 23 Question Id : 7720331018 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

मानें कि  $Y = \{1,2,3, \dots, 100\}$  तथा मानें  $h: Y \rightarrow Y$  एक निरंतर वृद्धिमान फलन है।

$g(h(j)) = h(g(j)), \forall j \in Y$  को संतुष्ट करने वाले  $g: Y \rightarrow Y$  कुल फलनों की संख्या है

1. 0
2. 100!
3.  $100^{100}$
4.  $100^{98}$

**Options :**

7720334069. 1  
7720334070. 2  
7720334071. 3  
7720334072. 4

**Question Number : 24 Question Id : 7720331019 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

An infinite binary word  $a$  is a string  $(a_1 a_2 a_3 \dots)$ , where each  $a_n \in \{0,1\}$ . Fix a word  $s = (s_1 s_2 s_3 \dots)$ , where  $s_n = 1$  if and only if  $n$  is prime. Let  $S = \{a = (a_1 a_2 a_3 \dots) \mid \exists m \in \mathbb{N} \text{ such that } a_n = s_n, \forall n \geq m\}$ . What is the cardinality of  $S$ ?

1. 1
2. Finite but more than 1
3. Countably infinite
4. Uncountable

**Options :**

7720334073. 1  
7720334074. 2  
7720334075. 3  
7720334076. 4

**Question Number : 24 Question Id : 7720331019 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**



**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

एक अपरिमित द्वि - आधारी वर्ड  $a$  एक स्ट्रिंग  $(a_1 a_2 a_3 \dots)$  है, जहां प्रत्येक  $a_n \in \{0,1\}$  है।  
वर्ड  $s = (s_1 s_2 s_3 \dots)$  को फिक्स करें, जहां  $s_n = 1$  है, यदि और केवल यदि  $n$  अभाज्य है। माना  
 $S = \{a = (a_1 a_2 a_3 \dots) \mid \exists m \in \mathbb{N} \text{ such that } a_n = s_n, \forall n \geq m\}$

$S$  की गणनीयता क्या है ?

1. 1
2. परिमित परंतु 1 से अधिक
3. गणनीयतः अनंत
4. अगणनीय

**Options :**

7720334073. 1

7720334074. 2

7720334075. 3

7720334076. 4

**Question Number : 25 Question Id : 7720331020 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $f$  be a nonconstant polynomial of degree  $k$  and let  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be a bounded continuous function. Which of the following statements is necessarily true?

1. There always exists  $x_0 \in \mathbb{R}$  such that  $f(x_0) = g(x_0)$
2. There is no  $x_0 \in \mathbb{R}$  such that  $f(x_0) = g(x_0)$
3. There exists  $x_0 \in \mathbb{R}$  such that  $f(x_0) = g(x_0)$  if  $k$  is even
4. There exists  $x_0 \in \mathbb{R}$  such that  $f(x_0) = g(x_0)$  if  $k$  is odd

**Options :**

7720334077. 1

7720334078. 2

7720334079. 3

7720334080. 4

**Question Number : 25 Question Id : 7720331020 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना कि  $f$  एक अचरेतर बहुपद, जिसकी डिग्री  $k$  है तथा  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  एक परिवर्द्ध संतत फलन है। निम्न कथनों में से कौन -सा अनिवार्यतः सत्य है ?

1.  $x_0 \in \mathbb{R}$  सदैव विद्यमान होगा, इस प्रकार से कि  $f(x_0) = g(x_0)$
2.  $x_0 \in \mathbb{R}$  नहीं होगा, इस प्रकार से कि  $f(x_0) = g(x_0)$
3.  $x_0 \in \mathbb{R}$  विद्यमान होगा, इस प्रकार से कि  $f(x_0) = g(x_0)$  यदि  $k$  सम है।
4.  $x_0 \in \mathbb{R}$  विद्यमान होगा, इस प्रकार से कि  $f(x_0) = g(x_0)$  यदि  $k$  विषम है।

**Options :**

7720334077. 1

7720334078. 2

7720334079. 3

7720334080. 4

**Question Number : 26 Question Id : 7720331021 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

The sum of the infinite series

$$S = \frac{1}{2} - \frac{1}{3 \times 1!} + \frac{1}{4 \times 2!} - \frac{1}{5 \times 3!} + \dots$$

is equal to

1.  $2 - \frac{1}{e}$
2.  $1 - \frac{2}{e}$
3.  $\frac{2}{e} - 1$
4.  $\frac{1}{e} - 2$

**Options :**

7720334081. 1

7720334082. 2

7720334083. 3

7720334084. 4

Question Number : 26 Question Id : 7720331021 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

अपरिमित श्रेणी  $S = \frac{1}{2} - \frac{1}{3 \times 1!} + \frac{1}{4 \times 2!} - \frac{1}{5 \times 3!} + \dots$  का योग बराबर है :

1.  $2 - \frac{1}{e}$
2.  $1 - \frac{2}{e}$
3.  $\frac{2}{e} - 1$
4.  $\frac{1}{e} - 2$

Options :

7720334081. 1

7720334082. 2

7720334083. 3

7720334084. 4

Question Number : 27 Question Id : 7720331022 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let  $S = \{u_1, \dots, u_k\}$  be a subset of non-zero vectors from  $\mathbb{R}^n$ . Now, consider the two statements given below:

I: If  $S$  is linearly dependent set in  $\mathbb{R}^n$  then  $u_k$  is a linear combination of  $u_1, \dots, u_{k-1}$ .

II: If  $S$  is linearly independent set in  $\mathbb{R}^n$  then  $k < n$ .

Which of the following statements is true?

1. Statement I is FALSE and Statement II is TRUE
2. Statement I is TRUE and Statement II is FALSE
3. Both Statement I and Statement II are FALSE
4. Both Statement I and Statement II are TRUE

Options :

7720334085. 1

7720334086. 2

7720334087. 3

7720334088. 4

**Question Number : 27 Question Id : 7720331022 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना कि  $\mathbb{R}^n$  से  $S = \{u_1, \dots, u_k\}$  शून्येतर सदिशों का एक उपसमुच्चय है। अब नीचे दिए गए दोनों कथनों पर विचार करें :

I : यदि  $\mathbb{R}^n$  में  $S$  रैखिकतः स्वतंत्र समुच्चय नहीं है, तब  $u_1, \dots, u_{k-1}$  का रैखिक संचय  $u_k$  है

II : यदि  $\mathbb{R}^n$  में  $S$  रैखिकतः स्वतंत्र समुच्चय है, तब  $k < n$

निम्नलिखित में से कौन - से कथन सत्य है ?

1. कथन I असत्य है तथा कथन II सत्य है
2. कथन I सत्य है तथा कथन II असत्य है
3. कथन I तथा कथन II दोनों असत्य हैं
4. कथन I तथा कथन II दोनों सत्य हैं

**Options :**

7720334085. 1

7720334086. 2

7720334087. 3

7720334088. 4

**Question Number : 28 Question Id : 7720331023 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $M$  be a  $5 \times 5$  matrix with real entries such that  $\text{Rank}(M) = 3$ . Consider the linear system  $Mx = b$ . Let the row-reduced echelon form of the augmented matrix  $[M \ b]$  be  $R$  and let  $R[i, :]$  denote the  $i$ -th row of  $R$ . Suppose that the linear system admits a solution. Which of the following statements is necessarily true?

1.  $R[3, :] = [0 \ 1 \ 0 \ * \ * \ *]$
2.  $R[5, :] = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ * \ *]$
3.  $R[4, :] = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ * \ *]$
4.  $R[4, :] = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

**Options :**

7720334089. 1

7720334090. 2

7720334091. 3

7720334092. 4

**Question Number : 28 Question Id : 7720331023 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना कि  $M$  एक वास्तविक सूची वाला  $5 \times 5$  आव्यूह इस प्रकार से है कि कोटि  $(M) = 3$ . रैखिक तंत्र  $Mx = b$  पर विचार करें। माना  $R$  संबंधित आव्यूह  $[M \ b]$  का पंक्ति समानीत सोपान प्रारूप है तथा  $R[i, :]$ ,  $R$  की  $i$  - वीं पंक्ति को निरूपित करता है। मानें कि रैखिक तंत्र एक हल स्वीकारता है। निम्नलिखित में से कौन - सा कथन अनिवार्यतः सत्य है?

1.  $R[3, :] = [0 \ 1 \ 0 \ * \ * \ *]$
2.  $R[5, :] = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ * \ *]$
3.  $R[4, :] = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ * \ *]$
4.  $R[4, :] = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

**Options :**

7720334089. 1

7720334090. 2

7720334091. 3

7720334092. 4

**Question Number : 29 Question Id : 7720331024 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $A$  be an  $n \times n$  matrix of rank 1. Let  $\alpha = \det(I + A)$ , where  $I$  is the identity matrix and let  $\beta = \text{trace } A$ . Which of the following is true?

1.  $\beta - \alpha = 1$
2.  $\alpha - \beta = 1$
3.  $\alpha < \beta + 1$
4.  $\alpha > \beta + 1$

**Options :**

7720334093. 1

7720334094. 2

7720334095. 3

7720334096. 4

**Question Number : 29 Question Id : 7720331024 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना कि  $A$  कोटि 1 का  $n \times n$  आव्यूह है। माना कि  $\alpha = \det(I + A)$ , जहां  $I$  तत्समक आव्यूह है तथा  $\beta = \text{trace } A$ . निम्नलिखित में से कौन - सा सत्य है ?

1.  $\beta - \alpha = 1$
2.  $\alpha - \beta = 1$
3.  $\alpha < \beta + 1$
4.  $\alpha > \beta + 1$

**Options :**

7720334093. 1

7720334094. 2

7720334095. 3

7720334096. 4

**Question Number : 30 Question Id : 7720331025 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $a, b$  and  $c$  be distinct integers. Let  $A$  be the matrix

$$A = \begin{pmatrix} a^2 & b^2 & c^2 \\ a^5 & b^5 & c^5 \\ a^{11} & b^{11} & c^{11} \end{pmatrix}.$$

Which among the following is the set of all possible ranks of  $A$ ?

1. {3}
2. {2,3}
3. {1,2,3}
4. {0,1,2,3}

**Options :**

7720334097. 1

7720334098. 2

7720334099. 3

7720334100. 4

**Question Number : 30 Question Id : 7720331025 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

मानें कि  $a, b$  तथा  $c$  भिन्न पूर्णांक हैं। मानें कि  $A$  आव्यूह है  $A = \begin{pmatrix} a^2 & b^2 & c^2 \\ a^5 & b^5 & c^5 \\ a^{11} & b^{11} & c^{11} \end{pmatrix}$ । निम्नलिखित

में से कौन सा  $A$  के सभी संभव कोटियों का समुच्चय है ?

1. {3}
2. {2,3}
3. {1,2,3}
4. {0,1,2,3}

**Options :**

7720334097. 1

7720334098. 2

7720334099. 3

7720334100. 4

**Question Number : 31 Question Id : 7720331026 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Which of the following is an inner product on the vector space of all real valued continuous functions on  $[0,1]$ ?

1.  $\langle f, g \rangle = \left| \int_0^1 f(t)g(t)dt \right|$

2.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 |f(t)g(t)| dt$

3.  $\langle f, g \rangle = f(0)g(0) + f(1)g(1)$

4.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$

**Options :**

7720334101. 1

7720334102. 2

7720334103. 3

7720334104. 4

**Question Number : 31 Question Id : 7720331026 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

निम्नलिखित में से कौन - सा  $[0,1]$  पर सभी वास्तविक मान संतत फलन के सदिश समष्टि पर आंतर गुणनफलन है?

1.  $\langle f, g \rangle = \left| \int_0^1 f(t)g(t)dt \right|$

2.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 |f(t)g(t)| dt$

3.  $\langle f, g \rangle = f(0)g(0) + f(1)g(1)$

4.  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$

**Options :**

7720334101. 1

7720334102. 2

7720334103. 3

7720334104. 4

**Question Number : 32 Question Id : 7720331027 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**



**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let us define a matrix  $A \in M_n(\mathbb{R})$  to be *positive* if for every column vector  $v \in \mathbb{R}^n$  we have  $\langle Av, v \rangle \geq 0$ , where  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  is the standard inner product on  $\mathbb{R}^n$ .

Let  $A_{\alpha, \beta} = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \beta \end{pmatrix}$ . Let  $S = \{(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 : A_{\alpha, \beta} \text{ is positive}\}$ . Which of the following statements is true?

1.  $S$  is empty
2.  $(\alpha, \beta) \in S$  if and only if  $\alpha\beta > 0$
3.  $(\alpha, \beta) \in S$  if and only if  $\alpha + \beta + 4 > 0$
4.  $S = \mathbb{R}^2$

**Options :**

7720334105. 1

7720334106. 2

7720334107. 3

7720334108. 4

**Question Number : 32 Question Id : 7720331027 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

आव्यूह  $A \in M_n(\mathbb{R})$  को इस प्रकार परिभाषित करें कि वह धनात्मक हो, यदि प्रत्येक कॉलम सदिश  $v \in \mathbb{R}^n$  के लिए  $\langle Av, v \rangle \geq 0$  है, जहाँ  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ ,  $\mathbb{R}^n$  पर मानक आंतर गुणनफलन है। मानें

$A_{\alpha, \beta} = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \beta \end{pmatrix}$  मानें  $S = \{(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 : A_{\alpha, \beta} \text{ धनात्मक है}\}$ , निम्नलिखित में से कौन -सा कथन सत्य है?

1.  $S$  रिक्त है
2.  $(\alpha, \beta) \in S$  यदि और केवल यदि  $\alpha\beta > 0$
3.  $(\alpha, \beta) \in S$  यदि और केवल यदि  $\alpha + \beta + 4 > 0$
4.  $S = \mathbb{R}^2$

**Options :**

7720334105. 1

7720334106. 2

7720334107. 3

7720334108. 4

Sub-Section Number : 2

Sub-Section Id : 77203351

Question Shuffling Allowed : Yes

Question Number : 33 Question Id : 7720331028 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

A function  $f: \mathbb{C} \mapsto \mathbb{C}$  is said to be analytic at  $\infty$ , if the function  $g$  defined by  $g(w) = f\left(\frac{1}{w}\right)$  is analytic at 0 with an appropriate value given for  $g(0)$ . Which of the following statements is true?

1. Any non-constant polynomial is analytic at  $\infty$
2. If  $f$  is analytic at  $\infty$  then  $f$  is bounded
3. For any  $z_0$  in  $\mathbb{C}$ , the function  $f(z) = e^{\frac{1}{z-z_0}}$  is analytic at  $\infty$
4. Any entire function can be extended to an analytic function at  $\infty$

Options :

7720334109. 1

7720334110. 2

7720334111. 3

7720334112. 4

Question Number : 33 Question Id : 7720331028 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

फलन  $f: \mathbb{C} \mapsto \mathbb{C}$   $\infty$  पर वैश्लेषिक कहा जाएगा, यदि  $g(w) = f\left(\frac{1}{w}\right)$  द्वारा परिभाषित फलन  $g$ ,  $g(0)$  हेतु दिए गए समुचित मान के साथ 0 पर वैश्लेषिक है। निम्नलिखित में से कौन -सा कथन सत्य है?

1. कोई भी अचरेतर बहुपद  $\infty$  पर वैश्लेषिक है।
2. यदि  $f$ ,  $\infty$  पर वैश्लेषिक है, तब  $f$  परिबद्ध है।
3.  $\mathbb{C}$  में किसी  $z_0$  हेतु, फलन  $f(z) = e^{\frac{1}{z-z_0}}$ ,  $\infty$  पर वैश्लेषिक है।
4. कोई भी समस्त फलन  $\infty$  पर एक वैश्लेषिक फलन के रूप में विस्तारित हो सकता है।

**Options :**

7720334109. 1

7720334110. 2

7720334111. 3

7720334112. 4

**Question Number : 34 Question Id : 7720331029 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Define  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  by  $f(z) = ||z|^2 - 1|^2$ . Which of the following statements is true?

1.  $f$  is complex differentiable at all complex numbers except for  $z \in \{0,1\}$
2.  $f$  is complex differentiable only at  $z = 0$
3.  $f$  is complex differentiable only at  $z = 1$
4.  $f$  is complex differentiable only for  $z \in \{0,1\}$

**Options :**

7720334113. 1

7720334114. 2

7720334115. 3

7720334116. 4

**Question Number : 34 Question Id : 7720331029 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

$f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  को  $f(z) = ||z|^2 - 1|^2$  से परिभाषित करें। निम्न में से कौन - सा कथन सत्य है?

1.  $f$  सभी सम्मिश्र संख्याओं पर सम्मिश्र अवकलनीय है,  $z \in \{0,1\}$  को छोड़कर।
2.  $f$  सम्मिश्र अवकलनीय है केवल  $z = 0$  के लिए
3.  $f$  सम्मिश्र अवकलनीय है केवल  $z = 1$  के लिए
4.  $f$  सम्मिश्र अवकलनीय है केवल  $z \in \{0,1\}$  के लिए

**Options :**

7720334113. 1

7720334114. 2

7720334115. 3

7720334116. 4

**Question Number : 35 Question Id : 7720331030 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $f, g$  be entire functions such that  $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{f(z)}{z^n} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{g(z)}{z^n} = 1$  for some fixed positive integer  $n$ . Which of the following statements is true?

1.  $f = g$
2.  $f - g$  is necessarily a polynomial of degree at most  $n - 1$
3. there exist  $f, g$  with these properties such that  $f - g$  is a polynomial of degree  $n$
4. there exist  $f, g$  with these properties such that  $f - g$  is not a polynomial

**Options :**

7720334117. 1

7720334118. 2

7720334119. 3

7720334120. 4

**Question Number : 35 Question Id : 7720331030 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना कि,  $f, g$  सर्वत्र वैश्लेषिक फलन (एंटायर फंक्शन) कुछ नियत धनात्मक पूर्णांक  $n$  हेतु इस प्रकार से है कि  $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{f(z)}{z^n} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{g(z)}{z^n} = 1$  निम्नलिखित में से कौन - सा कथन सत्य है ?

1.  $f = g$
2.  $f - g$  अधिक से अधिक  $n - 1$  की डिग्री का एक निश्चित बहुपद है।
3.  $f, g$  इन गुणों के साथ इस प्रकार से विद्यमान है कि  $f - g$  डिग्री  $n$  का एक बहुपद है।
4.  $f, g$  इन गुणों के साथ इस प्रकार से विद्यमान है कि  $f - g$  बहुपद नहीं है।

**Options :**

7720334117. 1

7720334118. 2

7720334119. 3

7720334120. 4

**Question Number : 36 Question Id : 7720331031 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $f$  be a holomorphic function on the disc  $\{z \in \mathbb{C}: |z| < 2\}$ . Assume that the only zero of  $f$  in the closed unit disc  $\{z \in \mathbb{C}: |z| \leq 1\}$  is a simple zero at the origin. Let  $\gamma$  be the positively oriented circle  $\{z \in \mathbb{C}: |z| = 1\}$ . The integral

$$\int_{\gamma} \frac{dz}{f(z)}$$
 equals

1.  $2\pi i f'(0)$
2.  $2\pi i f''(0)$
3.  $2\pi i / f'(0)$
4.  $2\pi i / f''(0)$

**Options :**

7720334121. 1

7720334122. 2

7720334123. 3

7720334124. 4

**Question Number : 36 Question Id : 7720331031 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना कि  $f$  डिस्क  $\{z \in \mathbb{C}: |z| < 2\}$  पर एक होलोमॉर्फिक फलन है। मानें कि संवृत्त यूनिट डिस्क  $\{z \in \mathbb{C}: |z| \leq 1\}$  में  $f$  का एक ही शून्य है जो मूल - बिंदु पर सामान्य शून्य है। माना कि  $\gamma$  धनात्मक अभिविन्यस्त वृत्त  $\{z \in \mathbb{C}: |z| = 1\}$  है। समाकल  $\int_{\gamma} \frac{dz}{f(z)}$  बराबर है :

1.  $2\pi i f'(0)$
2.  $2\pi i f''(0)$
3.  $2\pi i / f'(0)$
4.  $2\pi i / f''(0)$

**Options :**

7720334121. 1

7720334122. 2

7720334123. 3

7720334124. 4

**Question Number : 37 Question Id : 7720331032 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

The last two digits of  $3^{2019}$  are

1. 27
2. 37
3. 57
4. 67

**Options :**

7720334125. 1

7720334126. 2

7720334127. 3

7720334128. 4

**Question Number : 37 Question Id : 7720331032 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

32019 के अंतिम दो अंक हैं :

1. 27
2. 37
3. 57
4. 67

**Options :**

7720334125. 1  
7720334126. 2  
7720334127. 3  
7720334128. 4

**Question Number : 38 Question Id : 7720331033 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $G$  be a group of order 2020. Which of the following statements is necessarily true?

1.  $G$  is not a simple group
2.  $G$  has exactly four proper subgroups
3.  $G$  is a cyclic group
4.  $G$  is abelian

**Options :**

7720334129. 1  
7720334130. 2  
7720334131. 3  
7720334132. 4

**Question Number : 38 Question Id : 7720331033 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना कि  $G$  कोटि 2020 का एक समूह है। निम्नलिखित में से कौन-सा कथन अनिवार्यतः सत्य है?

1.  $G$  सामान्य समूह नहीं है।
2.  $G$  के ठीक-ठीक चार उचित उपसमूह है।
3.  $G$  चक्रीय समूह है।
4.  $G$  आबेली समूह है।

**Options :**

7720334129. 1

7720334130. 2

7720334131. 3

7720334132. 4

**Question Number : 39 Question Id : 7720331034 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Which of the following statements is NOT true?

1. The polynomial ring  $\mathbb{Z}[x]$  is a Principal Ideal Domain (PID)
2. The polynomial ring  $\mathbb{Q}[x]$  is a Principal Ideal Domain (PID)
3. The polynomial ring  $\mathbb{Z}[x]$  is a Unique Factorization Domain (UFD)
4. The polynomial ring  $\mathbb{Q}[x]$  is a Unique Factorization Domain (UFD)

**Options :**

7720334133. 1

7720334134. 2

7720334135. 3

7720334136. 4

**Question Number : 39 Question Id : 7720331034 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**



निम्नलिखित में से कौन - सा कथन असत्य है?

1. बहुपद वलय  $\mathbb{Z}[x]$  एक मुख्य गुणजावली प्रांत (PID) है।
2. बहुपद वलय  $\mathbb{Q}[x]$  एक मुख्य गुणजावली प्रांत (PID) है।
3. बहुपद वलय  $\mathbb{Z}[x]$  एक अद्वितीय गुणनखंडन प्रांत (UFD) है।
4. बहुपद वलय  $\mathbb{Q}[x]$  एक अद्वितीय गुणनखंडन प्रांत (UFD) है।

**Options :**

7720334133. 1

7720334134. 2

7720334135. 3

7720334136. 4

**Question Number : 40 Question Id : 7720331035 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Suppose  $f: [0,1] \times [0,1] \rightarrow (0,1) \times (0,1)$  is a continuous non-constant function. Which of the following statements is NOT true?

1. Image of  $f$  is uncountable
2. Image of  $f$  is a path connected set
3. Image of  $f$  is a compact set
4. Image of  $f$  has non-empty interior

**Options :**

7720334137. 1

7720334138. 2

7720334139. 3

7720334140. 4

**Question Number : 40 Question Id : 7720331035 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना कि  $f: [0,1] \times [0,1] \rightarrow (0,1) \times (0,1)$  एक संतत अचरेतर फलन है। निम्नलिखित में से कौन - सा सत्य नहीं है?

1.  $f$  का प्रतिबिम्ब अगणनीय है।
2.  $f$  का प्रतिबिम्ब पथ संबद्ध समुच्चय है।
3.  $f$  का प्रतिबिम्ब पथ संहत समुच्चय है।
4.  $f$  के प्रतिबिम्ब का अंतरंग अरिक्त है।

**Options :**

7720334137. 1

7720334138. 2

7720334139. 3

7720334140. 4

**Sub-Section Number :**

3

**Sub-Section Id :**

77203352

**Question Shuffling Allowed :**

Yes

**Question Number : 41 Question Id : 7720331036 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Consider the ODE  $t\dot{y} - 3y = t^2y^{\frac{1}{2}}, y(1) = 1$ . Find the value of  $y(2)$ .

1. 14
2. 16
3. 0
4. 8

**Options :**

7720334141. 1

7720334142. 2

7720334143. 3

7720334144. 4

**Question Number : 41 Question Id : 7720331036 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

ODE  $t\dot{y} - 3y = t^2y^{\frac{1}{2}}, y(1) = 1$  पर विचार करें।  $y(2)$  का मान प्राप्त करें।

1. 14
2. 16
3. 0
4. 8

**Options :**

7720334141. 1
7720334142. 2
7720334143. 3
7720334144. 4

**Question Number : 42 Question Id : 7720331037 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

For  $\lambda \in \mathbb{R}$ , consider the system of differential equations

$$\begin{aligned}x_1' &= x_1 + 2x_2 + 2x_3, \\x_2' &= 2x_2 + x_3, \\x_3' &= -x_3 + 2x_2 + \lambda x_3.\end{aligned}$$

If  $\vec{x}(t) = \vec{\alpha} te^{2t}$  (for some  $\vec{\alpha}$ ) is a solution of the system then the value of  $\lambda$  is equal to

1. 2
2. 4
3. 6
4. 1

**Options :**

7720334145. 1
7720334146. 2
7720334147. 3
7720334148. 4

Question Number : 42 Question Id : 7720331037 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

$\lambda \in \mathbb{R}$  हेतु निम्न अवकल समीकरणों के प्रणाली पर विचार करें -

$$x_1' = x_1 + 2x_2 + 2x_3,$$

$$x_2' = 2x_2 + x_3,$$

$$x_3' = -x_3 + 2x_2 + \lambda x_3.$$

यदि  $\vec{x}(t) = \vec{a} t e^{2t}$  (कुछ  $\vec{a}$  के लिए) इस प्रणाली का हल है, तब  $\lambda$  का मान बराबर होगा

1. 2

2. 4

3. 6

4. 1

Options :

7720334145. 1

7720334146. 2

7720334147. 3

7720334148. 4

Question Number : 43 Question Id : 7720331038 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Which of the following is a solution to  $u_x + x^2 u_y = 0$  with  $u(x, 0) = e^x$ ?

1.  $e^x$

2.  $e^{(x^3+y)^{1/3}}$

3.  $e^{(x^3-3y)^{1/3}}$

4.  $(x^2 y + 1)e^x$

Options :

7720334149. 1

7720334150. 2

7720334151. 3

7720334152. 4

Question Number : 43 Question Id : 7720331038 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

निम्नलिखित में से कौन - सा  $u_x + x^2 u_y = 0$  जहाँ  $u(x, 0) = e^x$  का हल है?

1.  $e^x$
2.  $e^{(x^3+y)^{1/3}}$
3.  $e^{(x^3-3y)^{1/3}}$
4.  $(x^2y + 1)e^x$

Options :

7720334149. 1

7720334150. 2

7720334151. 3

7720334152. 4

Question Number : 44 Question Id : 7720331039 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Consider the differential equation

$$x^2 y'' - 2x(x+1)y' + 2(x+1)y = 0.$$

If a polynomial is a solution then the degree of the polynomial is equal to

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

Options :

7720334153. 1

7720334154. 2

7720334155. 3

7720334156. 4

Question Number : 44 Question Id : 7720331039 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

इस अवकल समीकरण पर विचार करें  $x^2y'' - 2x(x+1)y' + 2(x+1)y = 0$ . यदि इसका हल एक बहुपद है, तब बहुपद की डिग्री किसके बराबर है :

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

Options :

7720334153. 1

7720334154. 2

7720334155. 3

7720334156. 4

Question Number : 45 Question Id : 7720331040 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Consider the Newton-Raphson method applied to approximate the square root of a positive number  $\alpha$ . A recursion relation for the error  $e_n = x_n - \sqrt{\alpha}$  is given by

1.  $e_{n+1} = \frac{1}{2}(e_n + \frac{\alpha}{e_n})$
2.  $e_{n+1} = \frac{1}{2}(e_n - \frac{\alpha}{e_n})$
3.  $e_{n+1} = \frac{1}{2} \frac{e_n^2}{e_n + \sqrt{\alpha}}$
4.  $e_{n+1} = \frac{e_n^2}{e_n + 2\sqrt{\alpha}}$

Options :

7720334157. 1

7720334158. 2

7720334159. 3

7720334160. 4

Question Number : 45 Question Id : 7720331040 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

एक धनात्मक संख्या  $\alpha$  के वर्गमूल के सन्निकटन हेतु अनुप्रयुक्त न्यूटन - राफसन विधि पर विचार करें। त्रुटि  $e_n = x_n - \sqrt{\alpha}$  हेतु प्रतिवर्तन संबंध दिया गया है :

1.  $e_{n+1} = \frac{1}{2} \left( e_n + \frac{\alpha}{e_n} \right)$

2.  $e_{n+1} = \frac{1}{2} \left( e_n - \frac{\alpha}{e_n} \right)$

3.  $e_{n+1} = \frac{1}{2} \frac{e_n^2}{e_n + \sqrt{\alpha}}$

4.  $e_{n+1} = \frac{e_n^2}{e_n + 2\sqrt{\alpha}}$

Options :

7720334157. 1

7720334158. 2

7720334159. 3

7720334160. 4

Question Number : 46 Question Id : 7720331041 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

The Euler equations satisfied by the extremals of the functional

$$I(y) = \int_0^5 [y^2 + x^3 y'] dx$$

define a solution curve in the  $(x, y)$  - plane which is

1. linear

2. quadratic

3. cubic

4. trigonometric

Options :

7720334161. 1

7720334162. 2

7720334163. 3

7720334164. 4

**Question Number : 46 Question Id : 7720331041 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

ऑयलर समीकरण जो फलन  $I(y) = \int_0^5 [y^2 + x^3 y'] dx$  के चरम मान से संतुष्ट है, वो  $(x, y)$  - तल में हल चक्र (सोल्यूशन कर्व) को परिभाषित करें, जो कि

1. रैखिक है।
2. द्विघात है।
3. त्रिघाती है।
4. त्रिकोणमितीय है।

**Options :**

7720334161. 1

7720334162. 2

7720334163. 3

7720334164. 4

**Question Number : 47 Question Id : 7720331042 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Consider continuous solutions  $f$  of the following integral equation in  $[0,1]$ .

$$f^2(t) = 1 + 2 \int_0^t f(s) ds, \quad \forall t \in [0,1].$$

Which of the following statements is true?

1. There is no solution
2. There is exactly one solution
3. There are exactly two solutions
4. There are more than two solutions

**Options :**

7720334165. 1



7720334166. 2

7720334167. 3

7720334168. 4

**Question Number : 47 Question Id : 7720331042 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

निम्नलिखित समाकल समीकरण का  $[0,1]$  में संतत हल  $f$  पर विचार करें

$f^2(t) = 1 + 2 \int_0^t f(s) ds, \quad \forall t \in [0,1].$  निम्नलिखित में से कौन - सा कथन सत्य है?

1. कोई हल नहीं है।
2. ठीक-ठीक एक हल है।
3. ठीक - ठीक दो हल हैं।
4. दो से अधिक हल हैं।

**Options :**

7720334165. 1

7720334166. 2

7720334167. 3

7720334168. 4

**Question Number : 48 Question Id : 7720331043 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

A body moves freely in a uniform gravitational field. The trajectory lies on which of the following curves in phase space?

1. Straight line in phase space
2. Parabola in phase space
3. Hyperbola in phase space
4. Ellipse in phase space

**Options :**

7720334169. 1

7720334170. 2

7720334171. 3

7720334172. 4

**Question Number : 48 Question Id : 7720331043 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

एक निकाय एकसमान गुरुत्वीय क्षेत्र में उन्मुक्त विचरण कर रहा है। प्रावस्था समष्टि में निम्नलिखित में से किस चक्र पर प्रक्षेप - पथ दृष्टिगोचर है?

1. प्रावस्था समष्टि में सरल रेखा
2. प्रावस्था समष्टि में परवलय
3. प्रावस्था समष्टि में अतिपरवलय
4. प्रावस्था समष्टि में दीर्घवृत्त

**Options :**

7720334169. 1

7720334170. 2

7720334171. 3

7720334172. 4

**Sub-Section Number :** 4

**Sub-Section Id :** 77203353

**Question Shuffling Allowed :** Yes

**Question Number : 49 Question Id : 7720331044 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $X$  be a uniform  $(0,1)$  random variable. Suppose that given  $X$ , the random variable  $Y$  is uniform on  $(0, X)$ . Given  $X$  and  $Y$ , the random variable  $Z$  is uniform on  $(Y, 1)$ . What is the value of  $E(Z)$ ?

1.  $1/8$
2.  $3/8$
3.  $5/8$
4.  $1/2$

**Options :**

7720334173. 1

7720334174. 2

7720334175. 3

7720334176. 4

**Question Number : 49 Question Id : 7720331044 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना कि  $X$  एकसमान  $(0,1)$  यादृच्छिक चर है। मानें कि दिया गया  $X$ , यादृच्छिक चर  $Y$ ,  $(0, X)$  पर एकसमान है। यादृच्छिक चर  $Z$ , दिए गए  $X$  और  $Y$  हेतु  $(Y, 1)$  पर एकसमान है।  $E(Z)$  का मान क्या है?

1.  $1/8$

2.  $3/8$

3.  $5/8$

4.  $1/2$

**Options :**

7720334173. 1

7720334174. 2

7720334175. 3

7720334176. 4

**Question Number : 50 Question Id : 7720331045 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $X_0 = 0$  and for  $k \geq 1$  let  $X_k$  be a random variable with  $\text{Binomial}(k, \frac{1}{2})$  distribution. Let  $N$  be a Poisson random variable with mean  $1$ . Assume that for every  $k \geq 1$ ,  $X_k$  and  $N$  are independent and set  $Y = X_N$ . Given that  $Y = 3$ , what is the probability that  $N = 3$ ?

1.  $\frac{1}{6}e^{-1}$

2.  $e^{-\frac{1}{2}}$

3.  $\frac{1}{6}e^{-\frac{1}{2}}$

4.  $\frac{1}{48}e^{-\frac{1}{2}}$

**Options :**

7720334177. 1

7720334178. 2

7720334179. 3

7720334180. 4

**Question Number : 50 Question Id : 7720331045 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is****Question Mandatory : No****Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना  $X_0 = 0$  तथा  $k \geq 1$  के लिए  $X_k$  द्विपद  $(k, \frac{1}{2})$  बंटन के साथ एक यादृच्छिक चर है। माना कि  $N$  एक प्वासों यादृच्छिक चर है, जिसका माध्य 1 है। मान लें कि प्रत्येक  $k \geq 1$  के लिए  $X_k$  तथा  $N$  स्वतंत्र हैं और समुच्चय  $Y = X_N$ । दिए गए  $Y = 3$  हेतु  $N = 3$  होने की प्रायिकता क्या है?

1.  $\frac{1}{6}e^{-1}$

2.  $e^{-\frac{1}{2}}$

3.  $\frac{1}{6}e^{-\frac{1}{2}}$

4.  $\frac{1}{48}e^{-\frac{1}{2}}$

**Options :**

7720334177. 1

7720334178. 2

7720334179. 3

7720334180. 4

**Question Number : 51 Question Id : 7720331046 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is****Question Mandatory : No****Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $(N_t^1)$  and  $(N_t^2)$  be two independent Poisson processes with intensities  $a, b$  respectively, with  $a > b$ . Let  $M_t = \max\{N_t^1, N_t^2\}$  and  $X_t = \max(N_t^1 - N_t^2, 0)$ . Then which of the following is true?

1.  $X$  is a Poisson process with intensity  $a - b$
2.  $X$  is a birth-and-death process with birth-rate  $a$  and death-rate  $b$
3.  $M$  is a Poisson process with intensity  $\max(a, b)$
4.  $M$  is a pure birth process with birth-rate  $a + b$

**Options :**

7720334181. 1

7720334182. 2

7720334183. 3

7720334184. 4

**Question Number : 51 Question Id : 7720331046 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना कि  $(N_t^1)$  तथा  $(N_t^2)$  क्रमशः  $a, b$  तीव्रता के साथ दो स्वतंत्र प्वासों प्रक्रम हैं, जहाँ  $a > b$  है। मानें कि  $M_t = \max\{N_t^1, N_t^2\}$  तथा  $X_t = \max(N_t^1 - N_t^2, 0)$  है। निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है ?

1.  $X$ ,  $a - b$  तीव्रता वाला एक प्वासों प्रक्रम है।
2.  $X$ ,  $a$  जन्म दर तथा  $b$  मृत्यु दर वाला एक जन्म - एवं - मृत्यु प्रक्रम है।
3.  $M$ , तीव्रता  $\max(a, b)$  वाला एक प्वासों प्रक्रम है।
4.  $M$ ,  $a + b$  जन्म - दर वाला एक विशुद्ध जन्म प्रक्रम है।

**Options :**

7720334181. 1

7720334182. 2

7720334183. 3

7720334184. 4

**Question Number : 52 Question Id : 7720331047 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $X_1, X_2, \dots$  be i.i.d. Normal random variables with mean 2 and variance 3. Let  $N$  be a Poisson random variable with mean 4 that is independent of  $\{X_1, X_2, \dots\}$ . Let  $Y = X_1 + \dots + X_N$  if  $N \geq 1$  and  $Y = 0$  if  $N = 0$ . What is the variance of  $Y$ ?

1. 12
2. 16
3. 20
4. 28

**Options :**

- 7720334185. 1
- 7720334186. 2
- 7720334187. 3
- 7720334188. 4

**Question Number : 52 Question Id : 7720331047 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना की  $X_1, X_2, \dots$  i.i.d. प्रसामान्य यादृच्छिक चर हैं, जिसका माध्य 2 तथा प्रसरण 3 है। माना कि  $N$  एक प्वासॉन यादृच्छिक चर है, जिसका माध्य 4 है तथा जो  $\{X_1, X_2, \dots\}$  से स्वतंत्र है। माना  $Y = X_1 + \dots + X_N$  यदि  $N \geq 1$  तथा  $Y = 0$  यदि  $N = 0$  है।  $Y$  का प्रसरण क्या है ?

1. 12
2. 16
3. 20
4. 28

**Options :**

- 7720334185. 1
- 7720334186. 2
- 7720334187. 3
- 7720334188. 4

**Question Number : 53 Question Id : 7720331048 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be i.i.d  $N(\theta, \sigma^2)$  random variables where  $\sigma^2$  is known. Let  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ . Then Minimum Variance Unbiased Estimator of  $e^{2\theta}$  is given by

1.  $\exp(2\bar{X} - \frac{\sigma^2}{n})$
2.  $\exp(2\bar{X} - \frac{4\sigma^2}{n})$
3.  $\exp(2\bar{X} - \frac{2\sigma^2}{n})$
4.  $\exp(2n\bar{X} - \frac{2\sigma^2}{n})$

**Options :**

7720334189. 1

7720334190. 2

7720334191. 3

7720334192. 4

**Question Number : 53 Question Id : 7720331048 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना कि  $X_1, X_2, \dots, X_n$  i.i.d.  $N(\theta, \sigma^2)$  यादृच्छिक चर हैं, जहाँ  $\sigma^2$  ज्ञात है। माना  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ । तब  $e^{2\theta}$  का न्यूनतम प्रसरण अनभिन्नत आकलक है

1.  $\exp(2\bar{X} - \frac{\sigma^2}{n})$
2.  $\exp(2\bar{X} - \frac{4\sigma^2}{n})$
3.  $\exp(2\bar{X} - \frac{2\sigma^2}{n})$
4.  $\exp(2n\bar{X} - \frac{2\sigma^2}{n})$

**Options :**

7720334189. 1

7720334190. 2

7720334191. 3

7720334192. 4

Question Number : 54 Question Id : 7720331049 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Suppose that  $X$  follows a distribution with probability density function

$f_{\theta}(x) \propto x^{\theta-1}(1-x)^{\theta-1}; 0 < x < 1, \theta > 0$ . The uniformly most powerful critical region for testing  $H_0: \theta = 1$  against  $H_1: \theta > 1$  based on a single observation is of the form

1.  $(1 - \alpha, 1]$
2.  $[0, \alpha)$
3.  $(\frac{1-\alpha}{2}, \frac{1+\alpha}{2})$
4.  $[0, \frac{\alpha}{2}) \cup (1 - \frac{\alpha}{2}, 1]$

Options :

7720334193. 1

7720334194. 2

7720334195. 3

7720334196. 4

Question Number : 54 Question Id : 7720331049 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मानें कि  $X$  प्रायकिता घनत्व फलन  $f_{\theta}(x) \propto x^{\theta-1}(1-x)^{\theta-1}; 0 < x < 1, \theta > 0$  के साथ एक बंटन का अनुगमन करता है।  $H_0: \theta = 1$  के विरुद्ध  $H_1: \theta > 1$  के परीक्षण हेतु एकल पर्यवेक्षण पर आधारित एकसमान शक्तिम क्रान्तिक क्षेत्र का प्रारूप है :

1.  $(1 - \alpha, 1]$
2.  $[0, \alpha)$
3.  $(\frac{1-\alpha}{2}, \frac{1+\alpha}{2})$
4.  $[0, \frac{\alpha}{2}) \cup (1 - \frac{\alpha}{2}, 1]$

Options :

7720334193. 1

7720334194. 2

7720334195. 3



7720334196. 4

**Question Number : 55 Question Id : 7720331050 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be i.i.d.  $N(\theta, 1)$  random variables. Suppose the prior distribution of  $\theta$  is  $N(0, \sigma^2)$ . Suppose we have squared error loss function. Let

$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ . Then, the Bayes estimator of  $\theta$  is

1.  $\frac{\bar{X}}{1+\sigma^2}$
2.  $\bar{X}$
3.  $\frac{n\bar{X}\sigma^2}{1+n\sigma^2}$
4.  $\frac{n(\bar{X}+\sigma^2)}{1+n\sigma^2}$

**Options :**

7720334197. 1

7720334198. 2

7720334199. 3

7720334200. 4

**Question Number : 55 Question Id : 7720331050 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना कि  $X_1, X_2, \dots, X_n$  i.i.d.  $N(\theta, 1)$  यादृच्छिक चर है। मानें कि  $\theta$  का पूर्व बंटन  $N(0, \sigma^2)$  है।

मानें कि हमें वर्गित त्रुटि हानि फलन दिया है। माना कि  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$  तब निम्न में से  $\theta$  का बेज़

आकलक है

1.  $\frac{\bar{X}}{1+\sigma^2}$
2.  $\bar{X}$
3.  $\frac{n\bar{X}\sigma^2}{1+n\sigma^2}$
4.  $\frac{n(\bar{X}+\sigma^2)}{1+n\sigma^2}$

**Options :**

7720334197. 1

7720334198. 2

7720334199. 3

7720334200. 4

**Question Number : 56 Question Id : 7720331051 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Let  $X$  be a  $p \times p$  matrix valued random variable having the Wishart distribution with parameters  $\Sigma$  (variance matrix) and  $m$  (degrees of freedom). Which of the following is necessarily true?

( $A_{i,j}$  denotes the entry in  $i^{th}$  row and  $j^{th}$  column of a matrix  $A$ .)

1.  $cX_{1,2}$  has Chi-square distribution with  $m - p + 1$  degrees of freedom for a suitable constant  $c$
2.  $cX_{1,1}$  has Chi-square distribution with  $m - p + 1$  degrees of freedom for a suitable constant  $c$
3.  $Y = AX$  has the Wishart distribution with variance matrix  $A\Sigma A^T$  and degrees of freedom  $m$  for any non-singular  $p \times p$  matrix  $A$
4.  $k \times k$  submatrix of  $X$  also has a Wishart distribution for  $k < p$

**Options :**

7720334201. 1

7720334202. 2

7720334203. 3

7720334204. 4

**Question Number : 56 Question Id : 7720331051 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

माना कि  $X, \Sigma$  (प्रसरण आव्यूह) तथा  $m$  (स्वातंत्र्य कोटि) प्राचालों के साथ विशार्ट बंटन वाला एक  $p \times p$  आव्यूह मानांकित यादृच्छिक चर है। निम्नलिखित में से कौन सा अनिवार्यतः सत्य है?

( $A_{i,j}$  आव्यूह  $A$  के  $i^{\text{th}}$  पंक्ति तथा  $j^{\text{th}}$  स्तंभ में प्रविष्टि को निरूपित करता है)

1.  $cX_{1,2}$  अनुरूप अक्षर  $c$  हेतु  $m - p + 1$  स्वातंत्र्य कोटि वाले कार्ई - वर्ग बंटन का अनुसरण करता है।
2.  $cX_{1,1}$  अनुरूप अक्षर  $c$  हेतु  $m - p + 1$  स्वातंत्र्य कोटि वाले कार्ई - वर्ग बंटन का अनुसरण करता है।
3.  $Y = AX$  किसी वयुत्युक्रमणीय  $p \times p$  आव्यूह  $A$  हेतु प्रसरण आव्यूह  $A\Sigma A^T$  तथा स्वातंत्र्य कोटि  $m$  सहित एक विशार्ट बंटन का अनुसरण करता है।
4.  $X$  का कोई  $k \times k$  आव्यूह  $k < p$  हेतु एक विशार्ट बंटन का अनुसरण करता है।

**Options :**

7720334201. 1

7720334202. 2

7720334203. 3

7720334204. 4

**Question Number : 57 Question Id : 7720331052 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Consider a linear regression model of the form  $y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$  based on the data  $\{(x_i, y_i) : i = 1, 2, \dots, 50\}$  (here  $\epsilon_i$  are the error terms). Assume that not all  $x_i$  are the same. Which of the following is an admissible value of the *leverage* of the 11<sup>th</sup> observation?

1. 0
2. 0.01
3. 0.1
4. 1.1

**Options :**

7720334205. 1

7720334206. 2

7720334207. 3

7720334208. 4

**Question Number : 57 Question Id : 7720331052 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

$\{(x_i, y_i) : i = 1, 2, \dots, 50\}$  आंकड़े पर आधारित  $y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$  (यहां  $\epsilon_i$  त्रुटिपद है) प्रारूप के एक रैखिक समाश्रमण निदर्श पर विचार करें। मानें कि सभी  $x_i$  समान नहीं हैं। निम्न में से कौन 11<sup>वें</sup> पर्यवेक्षण के उत्तोलन (लिवरेज) के लिए स्वीकार्य मान है?

1. 0
2. 0.01
3. 0.1
4. 1.1

**Options :**

7720334205. 1  
7720334206. 2  
7720334207. 3  
7720334208. 4

**Question Number : 58 Question Id : 7720331053 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Suppose that  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  are independent and they have a common distribution, which is uniform on the triangle with vertices  $(0,0)$ ,  $(\theta, 0)$  and  $(0, \theta)$ , where  $\theta > 0$ . A sufficient statistic for  $\theta$  is

1.  $\max_{1 \leq i \leq n} X_i + \max_{1 \leq i \leq n} Y_i$
2.  $\max_{1 \leq i \leq n} (X_i + Y_i)$
3.  $\max_{1 \leq i \leq n} |X_i - Y_i|$
4.  $\max\{\max_{1 \leq i \leq n} X_i, \max_{1 \leq i \leq n} Y_i\}$

**Options :**

7720334209. 1  
7720334210. 2

7720334211. 3

7720334212. 4

**Question Number : 58 Question Id : 7720331053 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

मानें कि  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  स्वतंत्र हैं तथा उनका एक उभयनिष्ठ बंटन है, जो कि शीर्ष  $(0,0)$ ,  $(\theta, 0)$  तथा  $(0, \theta)$  सहित एक त्रिभुज पर एकसमान है, जहां  $\theta > 0$  है।  $\theta$  हेतु पर्याप्त सांख्यिकी (statistic) हैं

1.  $\max_{1 \leq i \leq n} X_i + \max_{1 \leq i \leq n} Y_i$
2.  $\max_{1 \leq i \leq n} (X_i + Y_i)$
3.  $\max_{1 \leq i \leq n} |X_i - Y_i|$
4.  $\max\{\max_{1 \leq i \leq n} X_i, \max_{1 \leq i \leq n} Y_i\}$

**Options :**

7720334209. 1

7720334210. 2

7720334211. 3

7720334212. 4

**Question Number : 59 Question Id : 7720331054 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

A sample of size  $n$  is to be drawn from a population of  $N$  households to estimate the proportion of the households which have more than one earning member. Let

$$0 < n < N$$

Sample I is drawn using Simple Random Sampling without replacement.

Sample II is drawn using Simple Random Sampling with replacement.

Let  $p_1$  and  $p_2$  denote the sample proportions in samples I and II respectively. Let

$\sigma_i^2 = \text{Var}(p_i)$  for  $i = 1, 2$ . Which of the following statements is true?

1.  $p_1$  is an unbiased estimate of the population proportion but  $p_2$  is not
2.  $p_2$  is an unbiased estimate of the population proportion but  $p_1$  is not
3.  $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$
4.  $\sigma_2^2 < \sigma_1^2$

**Options :**

7720334213. 1

7720334214. 2

7720334215. 3

7720334216. 4

**Question Number : 59 Question Id : 7720331054 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

जिन परिवारों में एक से अधिक कमाने वाले सदस्य हैं, उनके अनुपात का अनुमान लगाने के लिए  $N$  घरों की आबादी से आकार  $n$  का एक नमूना तैयार किया जाना है। मानें  $0 < n < N$

प्रतिदर्श I। प्रतिस्थापन के बिना सरल यादृच्छिक प्रतिचयन का उपयोग कर तैयार किया गया है।

प्रतिदर्श II। प्रतिस्थापन के साथ सरल यादृच्छिक प्रतिचयन का उपयोग कर तैयार किया गया है।

मानें कि  $p_1$  तथा  $p_2$  प्रतिदर्श I तथा II में क्रमशः प्रतिदर्श समानुपात को निरूपित करते हैं। मानें

$\sigma_i^2 = \text{Var}(p_i)$   $i = 1, 2$  हेतु, निम्न में से कौन - सा कथन सत्य है?

1.  $p_1$  जनसंख्या समानुपात का अनभिनत आकल है परंतु  $p_2$  नहीं।
2.  $p_2$  जनसंख्या समानुपात का अनभिनत आकल है परंतु  $p_1$  नहीं।
3.  $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$
4.  $\sigma_2^2 < \sigma_1^2$

**Options :**

7720334213. 1

7720334214. 2

7720334215. 3

7720334216. 4

**Question Number : 60 Question Id : 7720331055 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

Consider the following Linear Programming Problem.

Maximise  $4x + 5y$

subject to

$$2x + 3y \leq 14$$

$$x + 2y \leq 9$$

$$x + y \leq 6$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

What is the optimal value of the objective function?

1. 24

2. 26

3. 27

4. 25

**Options :**

7720334217. 1

7720334218. 2

7720334219. 3

7720334220. 4

**Question Number : 60 Question Id : 7720331055 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75**

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या पर विचार करें :

अधिकतमीकृत करें  $4x + 5y$  विषयाधीन

$$2x + 3y \leq 14$$

$$x + 2y \leq 9$$

$$x + y \leq 6$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

उद्देश्य फलन का इष्टतम मान क्या है?

1. 24
2. 26
3. 27
4. 25

**Options :**

7720334217. 1
7720334218. 2
7720334219. 3
7720334220. 4

## Part C Mathematical Sciences

<b>Section Id :</b>	77203327
<b>Section Number :</b>	3
<b>Section type :</b>	Online
<b>Mandatory or Optional :</b>	Mandatory
<b>Number of Questions :</b>	60
<b>Number of Questions to be attempted :</b>	20
<b>Section Marks :</b>	95
<b>Mark As Answered Required? :</b>	Yes



Sub-Section Number :

1

Sub-Section Id :

77203354

Question Shuffling Allowed :

Yes

Question Number : 61 Question Id : 7720331056 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  be the set of natural numbers. Which of the following functions from  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  to  $\mathbb{N}$  are injective?

1.  $f_1(m, n) = 2^m 3^n$

2.  $f_2(m, n) = mn + m + n$

3.  $f_3(m, n) = m^2 + n^3$

4.  $f_4(m, n) = m^2 n^3$

Options :

7720334221. 1

7720334222. 2

7720334223. 3

7720334224. 4

Question Number : 61 Question Id : 7720331056 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

माना कि  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  धनपूर्णांक संख्याओं का समुच्चय है। निम्न में से कौन से फलन  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  से  $\mathbb{N}$  तक एकैकी हैं?

1.  $f_1(m, n) = 2^m 3^n$

2.  $f_2(m, n) = mn + m + n$

3.  $f_3(m, n) = m^2 + n^3$

4.  $f_4(m, n) = m^2 n^3$

Options :

7720334221. 1

7720334222. 2

7720334223. 3

7720334224. 4

**Question Number : 62 Question Id : 7720331057 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $\{x_n\}$  be a sequence of positive real numbers. Which of the following statements are true?

1. If the two subsequences  $\{x_{2n}\}$  and  $\{x_{2n+1}\}$  converge, then the sequence  $\{x_n\}$  converges
2. If  $\{(-1)^n x_n\}$  converges, then the sequence  $\{x_n\}$  converges
3. If  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$  exists then  $\{(x_n)^{1/n}\}$  is bounded
4. If the sequence  $\{x_n\}$  is unbounded then every subsequence is unbounded

**Options :**

7720334225. 1

7720334226. 2

7720334227. 3

7720334228. 4

**Question Number : 62 Question Id : 7720331057 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

माना कि  $\{x_n\}$  धनात्मक वास्तविक संख्याओं का एक अनुक्रम है ।

निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं ?

1. यदि दो उपानुक्रम  $\{x_{2n}\}$  तथा  $\{x_{2n+1}\}$  अभिसरित होंगे, तब अनुक्रम  $\{x_n\}$  अभिसरित होगा।
2. यदि  $\{(-1)^n x_n\}$  अभिसरित होगा, तब अनुक्रम  $\{x_n\}$  अभिसरित होगा।
3. यदि  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$  विद्यमान है, तब  $\{(x_n)^{1/n}\}$  परिबद्ध है ।
4. यदि अनुक्रम  $\{x_n\}$  अपरिबद्ध है, तब प्रत्येक उपानुक्रम अपरिबद्ध है।

**Options :**

7720334225. 1

7720334226. 2

7720334227. 3

7720334228. 4

**Question Number : 63 Question Id : 7720331058 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $f(x) = e^x$  for  $x \in \mathbb{R}$ . Which of the following statements are correct?

1. There is a real  $C > 0$  such that  $|f(x) - 1 - x| \leq Cx^2$  for all  $x \in \mathbb{R}$
2. There is a real  $C > 0$  such that  $|f(x) - 1 - x - \frac{x^2}{2}| \leq C|x|^3$  for all  $x \in [-1,1]$
3. There is a real  $C > 0$  such that  $|f(x) - 1 - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3!}| \leq Cx^4$  for all  $x \in \mathbb{R}$
4. There is a real  $C > 0$  such that  $|f(x) - 1 - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3!}| \leq Cx^4$  for all  $x \in [-1,1]$

**Options :**

7720334229. 1

7720334230. 2

7720334231. 3

7720334232. 4

**Question Number : 63 Question Id : 7720331058 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें कि  $x \in \mathbb{R}$  हेतु  $f(x) = e^x$

निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. वास्तविक  $C > 0$  इस प्रकार है कि प्रत्येक हेतु  $x \in \mathbb{R}$  हेतु  $|f(x) - 1 - x| \leq Cx^2$

2. वास्तविक  $C > 0$  इस प्रकार है कि प्रत्येक  $x \in [-1,1]$  हेतु

$$|f(x) - 1 - x - \frac{x^2}{2}| \leq C|x|^3$$

3. वास्तविक  $C > 0$  इस प्रकार है कि प्रत्येक  $x \in \mathbb{R}$  हेतु

$$|f(x) - 1 - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3!}| \leq Cx^4$$

4. वास्तविक  $C > 0$  इस प्रकार है कि प्रत्येक  $x \in [-1,1]$  हेतु

$$|f(x) - 1 - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3!}| \leq Cx^4$$

**Options :**

7720334229. 1

7720334230. 2

7720334231. 3

7720334232. 4

**Question Number : 64 Question Id : 7720331059 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Which of the following functions are uniformly continuous on  $(0,1)$ ?

1.  $\frac{1}{x}$

2.  $\sin \frac{1}{x}$

3.  $x \sin \frac{1}{x}$

4.  $\frac{\sin x}{x}$

**Options :**

7720334233. 1

7720334234. 2

7720334235. 3

7720334236. 4

Question Number : 64 Question Id : 7720331059 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्न में से कौन से फलन  $(0,1)$  पर एकसमानतः संतत हैं?

1.  $\frac{1}{x}$
2.  $\sin \frac{1}{x}$
3.  $x \sin \frac{1}{x}$
4.  $\frac{\sin x}{x}$

Options :

7720334233. 1

7720334234. 2

7720334235. 3

7720334236. 4

Question Number : 65 Question Id : 7720331060 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let  $x, y$  be real numbers such that  $0 < y \leq x$  and let  $n$  be a positive integer.

Which of the following statements are true?

1.  $ny^{n-1}(x-y) \leq x^n - y^n$
2.  $nx^{n-1}(x-y) \leq x^n - y^n$
3.  $ny^{n-1}(x-y) \geq x^n - y^n$
4.  $nx^{n-1}(x-y) \geq x^n - y^n$

Options :

7720334237. 1

7720334238. 2

7720334239. 3

7720334240. 4

Question Number : 65 Question Id : 7720331060 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

माना कि  $x, y$  वास्तविक संख्या इस प्रकार हैं कि  $0 < y \leq x$  तथा  $n$  धनात्मक पूर्णांक है। निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1.  $ny^{n-1}(x-y) \leq x^n - y^n$
2.  $nx^{n-1}(x-y) \leq x^n - y^n$
3.  $ny^{n-1}(x-y) \geq x^n - y^n$
4.  $nx^{n-1}(x-y) \geq x^n - y^n$

Options :

7720334237. 1

7720334238. 2

7720334239. 3

7720334240. 4

Question Number : 66 Question Id : 7720331061 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider the identity function  $f(x) = x$  on  $I := [0,1]$ . Let  $P_n$  be the partition that divides  $I$  into  $n$  equal parts. If  $U(f, P_n)$  and  $L(f, P_n)$  are the upper and lower Riemann sums, respectively, and  $A_n = U(f, P_n) - L(f, P_n)$  then

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} nA_n = 0$
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$  is convergent
3.  $A_n$  is strictly monotonically decreasing
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} A_n A_{n+1} = 1$

Options :

7720334241. 1

7720334242. 2

7720334243. 3

7720334244. 4

Question Number : 66 Question Id : 7720331061 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

$I := [0,1]$  पर तत्समक फलन  $f(x) = x$  विचार करें। मानें कि  $P_n, I$  को  $n$  समान भागों में बांटनेवाला वितरण है। यदि  $U(f, P_n)$  तथा  $L(f, P_n)$  क्रमशः उच्च तथा निम्न रीमान योगफल हैं तथा  $A_n = U(f, P_n) - L(f, P_n)$ , तब

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} nA_n = 0$
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$  अभिसारी है।
3.  $A_n$  निरंतर एकदिष्ट हासमान है।
4.  $\sum_{n=1}^{\infty} A_n A_{n+1} = 1$

Options :

7720334241. 1

7720334242. 2

7720334243. 3

7720334244. 4

Question Number : 67 Question Id : 7720331062 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

For any two non-negative integers  $n, k$  define  $f_{n,k}(x)$  on  $[0,1]$  by

$$f_{n,k}(x) = \begin{cases} x^n \sin\left(\frac{\pi}{2x}\right) - x^k & x \neq 0 \\ 0 & x = 0. \end{cases}$$

In which of the following cases is the function  $f_{n,k}$ , a function of bounded variation?

1. for all  $n \geq 1$  and for all  $k \geq 0$
2. for all  $n \geq 1$  and  $k = 0$
3. for all  $n \geq 0$  and for all  $k \geq 2$
4. for all  $n \geq 2$  and for all  $k \geq 0$

Options :

7720334245. 1

7720334246. 2

7720334247. 3

7720334248. 4

**Question Number : 67 Question Id : 7720331062 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

कोई ऋणोत्तर पूर्णांक  $n, k$  हेतु  $[0, 1]$  पर फलन  $f_{n,k}(x)$  इस प्रकार परिभाषित है,

$$f_{n,k}(x) = \begin{cases} x^n \sin\left(\frac{\pi}{2x}\right) - x^k & x \neq 0 \\ 0 & x = 0. \end{cases}$$

निम्न में से किन स्थितियों में फलन  $f_{n,k}$  परिवर्द्ध प्रसरण वाला फलन होगा?

1. प्रत्येक  $n \geq 1$  के लिए तथा प्रत्येक  $k \geq 0$  के लिए
2. प्रत्येक  $n \geq 1$  के लिए तथा  $k = 0$
3. प्रत्येक  $n \geq 0$  तथा प्रत्येक  $k \geq 2$  के लिए
4. प्रत्येक  $n \geq 2$  तथा प्रत्येक  $k \geq 0$  के लिए

**Options :**

7720334245. 1

7720334246. 2

7720334247. 3

7720334248. 4

**Question Number : 68 Question Id : 7720331063 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**



Let  $f(x, y) = (u(x, y), v(x, y)) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  be a differentiable function. Let  $A$  denote the matrix of the derivative of  $f$  at the origin  $(0,0)$  with respect to the standard basis of  $\mathbb{R}^2$ . Assume  $f(y, -x) = (v(x, y), -u(x, y))$  for all  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Which of the following statements are possibly true?

1.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
2.  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
3.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$
4.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

**Options :**

7720334249. 1

7720334250. 2

7720334251. 3

7720334252. 4

**Question Number : 68 Question Id : 7720331063 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

माना कि  $f(x, y) = (u(x, y), v(x, y)) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  एक अवकलनीय फलन है। मानें कि  $A$ ,  $\mathbb{R}^2$  के मानक आधार के संदर्भ में मूलबिंदु  $(0,0)$  पर  $f$  के व्युत्पन्न के आव्यूह को निरूपित करता है। मानें कि सभी  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  के लिए  $f(y, -x) = (v(x, y), -u(x, y))$ । निम्न में से कौन से कथन सही हो सकते हैं?

1.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
2.  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
3.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$
4.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

**Options :**

7720334249. 1

7720334250. 2

7720334251. 3

**Question Number : 69 Question Id : 7720331064 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Which of the following functions  $f$  admit an inverse in an open neighbourhood of the point  $f(p)$ ?

1. For  $p = (1,0)$  and  $f(x, y) = (x^3 \exp y + y - 2x, 2xy + 2x)$
2. For  $p = (1, \pi)$  and  $f(r, \theta) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$
3. For  $p = 0$  and  $f(x) = \begin{cases} x + 2x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{if } x \neq 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \end{cases}$
4. For  $p = 0$  and  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{if } x \neq 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \end{cases}$

**Options :**

7720334253. 1

7720334254. 2

7720334255. 3

7720334256. 4

**Question Number : 69 Question Id : 7720331064 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

निम्न में से कौन से फलन  $f$  बिंदु  $f(p)$  के विवृत प्रतिवेश में व्युत्क्रम को स्वीकारते हैं?

1.  $p = (1,0)$  तथा  $f(x, y) = (x^3 \exp y + y - 2x, 2xy + 2x)$  हेतु
2.  $p = (1, \pi)$  तथा  $f(r, \theta) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$  हेतु
3.  $p = 0$  तथा  $f(x) = \begin{cases} x + 2x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{यदि } x \neq 0 \\ 0 & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$  हेतु
4.  $p = 0$  तथा  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{यदि } x \neq 0 \\ 0 & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$  हेतु

**Options :**

7720334253. 1

7720334254. 2

7720334255. 3

7720334256. 4

**Question Number : 70 Question Id : 7720331065 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $C_0(\mathbb{R})$  be the space of all continuous functions on  $\mathbb{R}$  such that

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$ . Let  $C_0(\mathbb{R})$  be equipped with  $\|\cdot\|$ , the norm of uniform convergence. Let  $(f_n)$  be a sequence in  $C_0(\mathbb{R})$  and  $f \in C_0(\mathbb{R})$ . Which of the following statements are correct?

1. If  $f_n \rightarrow f$  uniformly on compact sets then  $\|f_n - f\| \rightarrow 0$
2. If  $\|f_n - f\| \rightarrow 0$  then  $f_n \rightarrow f$  uniformly on compact sets
3.  $f_n \rightarrow f$  uniformly on compact sets if and only if  $\|f_n - f\| \rightarrow 0$
4. Neither of the two statements " $f_n \rightarrow f$  uniformly on compact sets" and " $\|f_n - f\| \rightarrow 0$ " imply the other

**Options :**

7720334257. 1

7720334258. 2

7720334259. 3

7720334260. 4

**Question Number : 70 Question Id : 7720331065 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें कि  $C_0(\mathbb{R})$ ,  $\mathbb{R}$  पर सभी संतत फलनों की समष्टि इस प्रकार है कि  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

मानें कि  $C_0(\mathbb{R})$  एक-समान अभिसरण के मानक  $\|\cdot\|$  से सुसज्ज है

मानें कि  $(f_n)$ ,  $C_0(\mathbb{R})$  में एक अनुक्रम है तथा  $f \in C_0(\mathbb{R})$

निम्नलिखित में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. यदि  $f_n \rightarrow f$  संहत समुच्चयों पर एकसमानतः है तब  $\|f_n - f\| \rightarrow 0$
2. यदि  $\|f_n - f\| \rightarrow 0$  तब  $f_n \rightarrow f$  संहत समुच्चयों पर एकसमानतः है।
3.  $f_n \rightarrow f$  संहत समुच्चयों पर एकसमानतः होगा, यदि और केवल यदि  $\|f_n - f\| \rightarrow 0$
4. दो कथनों " $f_n \rightarrow f$  संहत समुच्चयों पर एकसमानतः है" तथा " $\|f_n - f\| \rightarrow 0$ " में से कोई भी परस्पर अंतर्भूत नहीं है।

**Options :**

7720334257. 1

7720334258. 2

7720334259. 3

7720334260. 4

**Question Number : 71 Question Id : 7720331066 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $A$  be an  $m \times n$  matrix. let  $A(1, :)$ ,  $A(:, 1)$  and  $A(1, 1)$  be the matrices obtained from  $A$  by deleting row 1 deleting column 1 and deleting both row 1 and column 1 respectively. Which of the following hold?

1.  $(\text{rank } A) - 2 \leq \text{rank } A(1, 1) \leq \text{rank } A$
2.  $\text{rank } A(1, :) = \text{rank } A(:, 1)$
3.  $\text{rank } A = \text{rank } A(1, :) = \text{rank } A(:, 1)$ , then  $\text{rank } A = \text{rank } A(1, 1)$
4.  $\text{rank } A(1, :) + \text{rank } A(:, 1) + 2 \geq 2 \text{rank } A$

**Options :**

7720334261. 1

7720334262. 2

7720334263. 3

7720334264. 4

Question Number : 71 Question Id : 7720331066 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि  $A$  एक  $m \times n$  आव्यूह है। मानें कि  $A$  से पंक्ति 1, कॉलम 1 तथा पंक्ति 1 एवं कॉलम 1 को हटाकर क्रमशः  $A(1, :)$ ,  $A(:, 1)$  तथा  $A(1, 1)$  आव्यूह प्राप्त किए गए। निम्न में से कौन से सही हैं?

1. (कोटि  $A$ )  $- 2 \leq$  कोटि  $A(1, 1) \leq$  कोटि  $A$
2. कोटि  $A(1, :)$  = कोटि  $A(:, 1)$
3. यदि कोटि  $A =$  कोटि  $A(1, :) =$  कोटि  $A(:, 1)$ , तब कोटि  $A =$  कोटि  $A(1, 1)$
4. कोटि  $A(1, :) +$  कोटि  $A(:, 1) + 2 \geq 2$  कोटि  $A$

Options :

7720334261. 1

7720334262. 2

7720334263. 3

7720334264. 4

Question Number : 72 Question Id : 7720331067 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let  $M \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$  with  $M \neq \mathbf{0}, I_n$  but  $M^2 = M$ . Which of the following statements are true?

1.  $\text{Null}(M)$  is the eigenspace of  $M$  corresponding to the eigenvalue  $0$
2. Let  $\mathbf{x} \in \text{Col}(M)$  with  $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ . Then  $\mathbf{x}$  is an eigenvector of  $M$  corresponding to the eigenvalue  $1$
3. Let  $\mathbf{x} \notin \text{Null}(M)$ . Then  $\mathbf{x}$  is an eigenvector of  $M$  corresponding to the eigenvalue  $1$
4.  $\mathbb{R}^n = \text{Col}(M) + \text{Null}(M)$

Options :

7720334265. 1

7720334266. 2

7720334267. 3

7720334268. 4

Question Number : 72 Question Id : 7720331067 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is  
Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें  $M \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$  जहाँ  $M \neq \mathbf{0}, I_n$  परन्तु  $M^2 = M$

निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1.  $\text{Null}(M)$  आइगेन मान  $0$  के संगत  $M$  की आइगेन समष्टि है ।
2. मानें,  $\mathbf{x} \in \text{Col}(M)$ ,  $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$  तब  $\mathbf{x}$  आइगेन मान  $1$  के संगत  $M$  की आइगेन सदिश है ।
3. मानें  $\mathbf{x} \notin \text{Null}(M)$ , तब  $\mathbf{x}$  आइगेन मान  $1$  के संगत  $M$  की आइगेन सदिश है।
4.  $\mathbb{R}^n = \text{Col}(M) + \text{Null}(M)$

Options :

7720334265. 1

7720334266. 2

7720334267. 3

7720334268. 4

Question Number : 73 Question Id : 7720331068 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is  
Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let  $W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ -b & 2a \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\}$  and  $W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ -b & -a \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\}$  be two subspaces of  $\mathbb{M}_2(\mathbb{R})$ . Which of the following statements are true?

1.  $W_1 \cap W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$
2.  $\left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$  is a proper subset of  $W_1 \cap W_2$
3.  $W_1 + W_2 = \mathbb{M}_2(\mathbb{R})$
4.  $W_1 + W_2$  is a proper subset of  $\mathbb{M}_2(\mathbb{R})$

Options :

7720334269. 1

7720334270. 2

7720334271. 3

7720334272. 4

**Question Number : 73 Question Id : 7720331068 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ -b & 2a \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\}$  तथा  $W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ -b & -a \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\} \mathbb{M}_2(\mathbb{R})$  के दो उपसमष्टि हैं। निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1.  $W_1 \cap W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$
2.  $\left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} W_1 \cap W_2$  का एक उचित उपसमुच्चय है।
3.  $W_1 + W_2 = \mathbb{M}_2(\mathbb{R})$
4.  $W_1 + W_2, \mathbb{M}_2(\mathbb{R})$  का एक उचित उपसमुच्चय है।

**Options :**

7720334269. 1

7720334270. 2

7720334271. 3

7720334272. 4

**Question Number : 74 Question Id : 7720331069 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $A$  be a  $3 \times 3$  nilpotent matrix. Which of the following statements are necessarily true?

1.  $(I + A)^n = I$  for some  $n > 0$  where  $I$  is the identity matrix
2. The column space of  $A$  is  $\{0\}$
3. The eigenvalues of  $A$  are roots of  $1$
4.  $A^3$  is diagonalizable

**Options :**

7720334273. 1

7720334274. 2

7720334275. 3

7720334276. 4

**Question Number : 74 Question Id : 7720331069 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $A$   $3 \times 3$  शून्यभावी (nilpotent) आव्यूह है। निम्न में से कौन से कथन अनिवार्यतः सत्य हैं?

1.  $(I + A)^n = I$  किसी  $n > 0$  हेतु जहाँ  $I$  तत्समक आव्यूह है।
2.  $A$  का कॉलम समष्टि  $\{0\}$  है।
3.  $A$  के आइगेनमान 1 के मूल हैं।
4.  $A^3$  विकर्णनीय है।

**Options :**

7720334273. 1

7720334274. 2

7720334275. 3

7720334276. 4

**Question Number : 75 Question Id : 7720331070 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

A  $100 \times 100$  matrix  $A = (a_{i,j})$  is such that  $a_{i,j} = i$  if  $i + j = 101$ , and  $a_{i,j} = 0$  otherwise. Which of the following statements are true about  $A$ ?

1.  $A$  is similar to a diagonal matrix over  $\mathbb{R}$
2.  $A$  is not similar to a diagonal matrix over  $\mathbb{C}$
3. One of the eigenvalues of  $A$  is 10
4. None of the real eigenvalues of  $A$  exceeds 51

**Options :**

7720334277. 1

7720334278. 2

7720334279. 3

7720334280. 4



Question Number : 75 Question Id : 7720331070 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

$100 \times 100$  आव्यूह  $A = (a_{i,j})$  इस प्रकार है कि  $a_{i,j} = i$  यदि  $i + j = 101$  तथा  $a_{i,j} = 0$  अन्यतः। निम्न में से कौन से कथन  $A$  के बारे में सत्य हैं?

1.  $A$ ,  $\mathbb{R}$  पर विकर्ण आव्यूह के तुल्य है।
2.  $A$ ,  $\mathbb{C}$  पर विकर्ण आव्यूह के तुल्य नहीं है।
3.  $A$  के आइगेनमानों में से एक 10 है।
4.  $A$  के वास्तविक आइगेनमानों में से कोई भी 51 से अधिक नहीं है।

Options :

7720334277. 1

7720334278. 2

7720334279. 3

7720334280. 4

Question Number : 76 Question Id : 7720331071 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let  $\{v_1, v_2, v_3\}$  be an orthonormal basis of  $\mathbb{R}^3$ . Let  $V$  be the  $3 \times 3$  matrix whose columns are  $v_1, v_2, v_3$ . Which of the following statements are necessarily true?

1.  $VV^T = I$
2.  $V^TV = I$
3.  $V = V^T$
4. Determinant of  $V$  is not zero

Options :

7720334281. 1

7720334282. 2

7720334283. 3

7720334284. 4

**Question Number : 76 Question Id : 7720331071 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $\{v_1, v_2, v_3\}$   $\mathbb{R}^3$  का एक प्रसामान्य लांबिक आधार है। मानें  $V$  एक  $3 \times 3$  आव्यूह है, जिसके कॉलम  $v_1, v_2, v_3$  हैं। निम्न कथन में से कौन-से कथन तत्समक आव्यूह के निरूपणार्थ अनिवार्यतः सत्य हैं?

1.  $VV^T = I$
2.  $V^T V = I$
3.  $V = V^T$
4.  $V$  का सारणिक शून्य नहीं है।

**Options :**

7720334281. 1

7720334282. 2

7720334283. 3

7720334284. 4

**Question Number : 77 Question Id : 7720331072 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $f: [0,1] \rightarrow (0,1)$  be a function. Which of the following statements are FALSE?

1. If  $f$  is onto, then  $f$  is continuous
2. If  $f$  is continuous, then  $f$  is not onto
3. If  $f$  is one-to-one, then  $f$  is continuous
4. If  $f$  is continuous, then  $f$  is not one-to-one

**Options :**

7720334285. 1

7720334286. 2

7720334287. 3

7720334288. 4

Question Number : 77 Question Id : 7720331072 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें  $f: [0,1] \rightarrow (0,1)$  एक फलन है। निम्न में से कौन से कथन असत्य हैं?

1. यदि  $f$  आच्छादक है, तब  $f$  संतत है ।
2. यदि  $f$  संतत है, तब  $f$  आच्छादक नहीं है ।
3. यदि  $f$  एकैकी है, तब  $f$  संतत है ।
4. यदि  $f$  संतत है, तब  $f$  एकैकी नहीं है ।

Options :

7720334285. 1

7720334286. 2

7720334287. 3

7720334288. 4

Question Number : 78 Question Id : 7720331073 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let  $\{y_1, y_2, y_3, y_4\}$  be an orthonormal basis of  $\mathbb{R}^4$ . Which of the following are orthonormal bases?

1.  $\{y_1 + y_2, y_1 - y_2, y_3, y_4\}$
2.  $\{y_3, y_4, -y_1, y_2\}$
3.  $\left\{ \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}, y_3, y_4 \right\}$
4.  $\left\{ \frac{3y_1 + 4y_2}{5}, \frac{4y_1 - 3y_2}{5}, y_3, y_4 \right\}$

Options :

7720334289. 1

7720334290. 2

7720334291. 3

7720334292. 4

Question Number : 78 Question Id : 7720331073 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $\{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ ,  $\mathbb{R}^4$  का एक प्रसामान्य लांबिक आधार है। निम्न में से कौन से प्रसामान्य लांबिक आधार हैं?

1.  $\{y_1 + y_2, y_1 - y_2, y_3, y_4\}$
2.  $\{y_3, y_4, -y_1, y_2\}$
3.  $\left\{\frac{y_1+y_2}{2}, \frac{y_1-y_2}{2}, y_3, y_4\right\}$
4.  $\left\{\frac{3y_1+4y_2}{5}, \frac{4y_1-3y_2}{5}, y_3, y_4\right\}$

**Options :**

7720334289. 1

7720334290. 2

7720334291. 3

7720334292. 4

**Sub-Section Number :**

2

**Sub-Section Id :**

77203355

**Question Shuffling Allowed :**

Yes

**Question Number : 79 Question Id : 7720331074 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Consider the set  $S := \{\exp(2\pi i\theta) : \theta \text{ is a rational number}\}$ . For each  $z \in S$  the set  $\{z^{n!} : n \text{ is a positive integer}\}$  is

1. countable
2. countably infinite
3. uncountable
4. finite

**Options :**

7720334293. 1

7720334294. 2

7720334295. 3

7720334296. 4

Question Number : 79 Question Id : 7720331074 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

समुच्चय  $S = \{ \exp(2\pi i\theta) : \theta \text{ एक परिमेय संख्या है} \}$  । प्रत्येक  $z \in S$  हेतु समुच्चय  $\{z^{n!} : n \text{ एक धनात्मक पूर्णांक है} \}$  हैं:-

1. गणनीय
2. गणनीयतः अनंत
3. अगणनीय
4. परिमित

Options :

7720334293. 1

7720334294. 2

7720334295. 3

7720334296. 4

Question Number : 80 Question Id : 7720331075 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Fix a positive real number  $c$ . Consider the locus of all points  $z \in \mathbb{C}$  such that

$\left| \frac{z-i}{z+i} \right| = c$ . Which of the following statements are true?

1. If  $c > 1$ , the locus is a circle centered on the imaginary axis
2. If  $c < 1$ , the locus is a circle centered on the real axis
3. If  $c = 1$ , the locus is a straight line parallel to the imaginary axis
4. If  $c = 1$ , the locus is a straight line not passing through the origin

Options :

7720334297. 1

7720334298. 2

7720334299. 3

7720334300. 4

Question Number : 80 Question Id : 7720331075 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

धनात्मक वास्तविक संख्या  $c$  नियत करें।

मानें सभी  $z \in \mathbb{C}$  बिंदुओं का बिन्दुपथ इस प्रकार है कि

$$\left| \frac{z - i}{z + i} \right| = c.$$

निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. यदि  $c > 1$ , बिन्दुपथ काल्पनिक अक्ष पर केन्द्रित वृत्त है ।
2. यदि  $c < 1$ , बिन्दुपथ वास्तविक अक्ष पर केन्द्रित वृत्त है ।
3. यदि  $c = 1$ , बिन्दुपथ काल्पनिक अक्ष के समांतर सरल रेखा है ।
4. यदि  $c = 1$ , बिन्दुपथ एक सरल रेखा है, जो मूल बिन्दु से नहीं गुजरता है ।

Options :

7720334297. 1

7720334298. 2

7720334299. 3

7720334300. 4

Question Number : 81 Question Id : 7720331076 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

For  $z \in \mathbb{C}$ , let  $\Re z$  denotes its real part. Let  $f$  be an entire function satisfying

$|f(z)| \leq |z| |\Re z|$  on  $\mathbb{C}$ . Which of the following statements are true?

1.  $f(0) = 0$
2.  $f'(0) = 0$
3. The only entire function satisfying the given property is  $f(z) \equiv 0$
4. There exists a non-constant entire function satisfying the given property

Options :

7720334301. 1

7720334302. 2

7720334303. 3

7720334304. 4

**Question Number : 81 Question Id : 7720331076 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $z \in \mathbb{C}$  हेतु  $\Re z$  वास्तविक भाग को निरूपित करता है।  $|f(z)| \leq |z| |\Re z|$  को  $\mathbb{C}$  पर संतुष्ट करने वाला सर्वत्र वैश्लेषिक फलन  $f$  मानें।

निम्नलिखित में से कौन से कथन सत्य हैं?

1.  $f(0) = 0$
2.  $f'(0) = 0$
3. दिए गए गुणधर्म को संतुष्ट करनेवाला सर्वत्र वैश्लेषिक फलन केवल  $f(z) \equiv 0$
4. दिए गए गुणधर्म को संतुष्ट करनेवाला अचरेतर सर्वत्र वैश्लेषिक फलन विद्यमान है।

**Options :**

7720334301. 1

7720334302. 2

7720334303. 3

7720334304. 4

**Question Number : 82 Question Id : 7720331077 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $\mathbb{D} \subset \mathbb{C}$  be the open unit disc. Consider the family  $\mathcal{F}$  of all holomorphic maps

$f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$  such that  $f(0) = 1/2$ . For  $f \in \mathcal{F}$ , the possible values of  $|f'(0)|$  are

1.  $7/8$
2.  $5/6$
3.  $3/4$
4.  $1$

**Options :**

7720334305. 1

7720334306. 2

7720334307. 3

7720334308. 4

**Question Number : 82 Question Id : 7720331077 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $\mathbb{D} \subset \mathbb{C}$  एक विवृत इकाई डिस्क है। सभी होलोमोर्फिक मैप  $f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$ , इस प्रकार कि  $f(0) = 1/2$  के परिवार  $\mathcal{F}$  पर विचार करें।  $f \in \mathcal{F}$  हेतु  $|f'(0)|$  के संभव मान हैं:-

1.  $7/8$
2.  $5/6$
3.  $3/4$
4.  $1$

**Options :**

7720334305. 1

7720334306. 2

7720334307. 3

7720334308. 4

**Question Number : 83 Question Id : 7720331078 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**



**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$  denote the set of positive integers. For  $n \in \mathbb{N}$ , let

$$A_n = \{(x, y, z) \in \mathbb{N}^3 : x^n + y^n = z^n \text{ and } z < n\}.$$

Let  $F(n)$  be the cardinality of the set  $A_n$ . Which of the following statements are true?

1.  $F(n)$  is always finite for  $n \geq 3$
2.  $F(2) = \infty$
3.  $F(n) = 0$  for all  $n$
4.  $F(n)$  is non zero for some  $n > 2$

**Options :**

7720334309. 1

7720334310. 2

7720334311. 3

7720334312. 4

**Question Number : 83 Question Id : 7720331078 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

माना  $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$  धनात्मक पूर्णांक के समुच्चय को निरूपित करता है।  $n \in \mathbb{N}$  हेतु

$$A_n = \{(x, y, z) \in \mathbb{N}^3 : x^n + y^n = z^n \text{ तथा } z < n\} \text{ मानें।}$$

मानें  $F(n)$  समुच्चय  $A_n$  का कार्डिनल संख्या है। निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1.  $F(n)$  सदैव परिमित है,  $n \geq 3$  के लिए।
2.  $F(2) = \infty$
3.  $F(n) = 0$  सभी  $n$  के लिए
4.  $F(n)$  शून्येतर है, किसी  $n > 2$  के लिए

**Options :**

7720334309. 1

7720334310. 2

7720334311. 3

7720334312. 4

**Question Number : 84 Question Id : 7720331079 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

For a positive integer  $n$ , let  $\varphi(n)$  be the Euler's  $\varphi$ -function. Which of the following statements are true for  $n > 3$ ?

1.  $\varphi(n)$  can never divide  $n$
2.  $\varphi(n)|n \Rightarrow$  there exist integers  $x, y$  such that  $nx + 6y = 1$
3.  $\varphi(n)|n \Rightarrow n$  can have at most two distinct prime divisors
4.  $\varphi(n) | \varphi(nk)$  for every positive integer  $k$

**Options :**

7720334313. 1

7720334314. 2

7720334315. 3

7720334316. 4

**Question Number : 84 Question Id : 7720331079 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $\varphi(n)$  धनात्मक पूर्णांक हेतु ऑयलर  $\varphi$ -फलन है। निम्न में से  $n > 3$  के लिए कौन से कथन सत्य हैं?

1.  $n$  को  $\varphi(n)$  कभी भी विभाजित नहीं कर सकता है ।
2.  $\varphi(n)|n \Rightarrow x, y$  पूर्णांक इस प्रकार विद्यमान है कि  $nx + 6y = 1$
3.  $\varphi(n)|n \Rightarrow n$  के अधिकतम दो भिन्न अभाज्य भाजक हैं ।
4.  $\varphi(n) | \varphi(nk)$  प्रत्येक धनात्मक पूर्णांक  $k$  हेतु ।

**Options :**

7720334313. 1

7720334314. 2

7720334315. 3

7720334316. 4

Question Number : 85 Question Id : 7720331080 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

For positive integers  $m$  and  $n$ , let  $\gcd(m, n)$  denote their greatest common divisor.

Let  $m > n$  be such that  $\gcd(m, n) = 1$ . Which of the following statements are true?

1.  $\gcd(m - n, m + n) = 1$
2.  $\gcd(m - n, m + n)$  can have a prime divisor
3. There exists integers  $x, y$  such that  $nx - my = 3$
4.  $\gcd(m - n, m + n)$  can be an odd prime

Options :

7720334317. 1

7720334318. 2

7720334319. 3

7720334320. 4

Question Number : 85 Question Id : 7720331080 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें पूर्णांक  $m$  तथा  $n$  हेतु  $\gcd(m, n)$  उनके महत्तम उभयनिष्ठ भाजक को निरूपित करता है। मानें  $m > n$  जहाँ  $\gcd(m, n) = 1$ । निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1.  $\gcd(m - n, m + n) = 1$
2.  $\gcd(m - n, m + n)$  का एक अभाज्य भाजक हो सकता है।
3. पूर्णांक  $x, y$  विद्यमान हैं, इस प्रकार कि  $nx - my = 3$
4.  $\gcd(m - n, m + n)$  एक विषम अभाज्य हो सकता है।

Options :

7720334317. 1

7720334318. 2

7720334319. 3

7720334320. 4

Question Number : 86 Question Id : 7720331081 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let  $G$  be the cyclic group of order 8 and  $H = S_5$  be the permutation group of 5 elements. Which of the following statements are necessarily true?

1. There exists no nontrivial group homomorphism from  $G$  to  $H$
2. There exists no injective group homomorphism from  $G$  to  $H$
3. There exists no surjective group homomorphism from  $G$  to  $H$
4. There are more than 20 different group homomorphisms from  $G$  to  $H$

Options :

7720334321. 1

7720334322. 2

7720334323. 3

7720334324. 4

Question Number : 86 Question Id : 7720331081 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि  $G$  क्रम 8 का चक्रीय समूह है, तथा  $H = S_5$ , जो 5 अवयवों का क्रमचय समूह है। निम्नलिखित में से कौन से कथन अनिवार्यतः सत्य हैं?

1.  $G$  से  $H$  तक अतुच्छ समूह समाकारिता विद्यमान नहीं है।
2.  $G$  से  $H$  तक एकैकी समूह समाकारिता विद्यमान नहीं है।
3.  $G$  से  $H$  तक आच्छादी समूह समाकारिता विद्यमान नहीं है।
4.  $G$  से  $H$  तक 20 से अधिक विभिन्न समूह समाकारिता है।

Options :

7720334321. 1

7720334322. 2

7720334323. 3

7720334324. 4

Question Number : 87 Question Id : 7720331082 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Which of the following statements are true for  $\alpha \in \mathbb{R}$ ?

1. If  $\alpha^3$  is algebraic over  $\mathbb{Q}$ , then  $\alpha$  is algebraic over  $\mathbb{Q}$
2.  $\alpha$  could be algebraic over  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$  but may not be algebraic over  $\mathbb{Q}$
3.  $\alpha$  need not be algebraic over any subfield of  $\mathbb{R}$
4. There is an  $\alpha$  which is not algebraic over  $\mathbb{Q}[\sqrt{-1}]$

**Options :**

7720334325. 1

7720334326. 2

7720334327. 3

7720334328. 4

**Question Number : 87 Question Id : 7720331082 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

निम्न में से  $\alpha \in \mathbb{R}$  के लिए कौन से कथन सत्य हैं?

1. यदि  $\alpha^3$ ,  $\mathbb{Q}$  पर बीजीय है, तब  $\alpha$ ,  $\mathbb{Q}$  पर बीजीय है।
2. ऐसे हो सकता है कि  $\alpha$ ,  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$  पर बीजीय हो, परन्तु  $\mathbb{Q}$  पर बीजीय न हो।
3. ऐसे जरूरी नहीं कि  $\alpha$ ,  $\mathbb{R}$  के किसी भी उपक्षेत्र पर बीजीय हो।
4. ऐसा  $\alpha$  है जो  $\mathbb{Q}[\sqrt{-1}]$  पर बीजीय नहीं है।

**Options :**

7720334325. 1

7720334326. 2

7720334327. 3

7720334328. 4

**Question Number : 88 Question Id : 7720331083 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $p > 2019$  be a prime number. Consider the polynomial

$$f(x) = (x^2 - 3)(x^2 - 673)(x^2 - 2019)$$

How many roots can  $f$  possibly have in the finite field  $\mathbb{F}_p$ ?

1. 0
2. 2
3. 3
4. 6

**Options :**

7720334329. 1

7720334330. 2

7720334331. 3

7720334332. 4

**Question Number : 88 Question Id : 7720331083 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $p > 2019$  एक अभाज्य संख्या है। बहुलक

$$f(x) = (x^2 - 3)(x^2 - 673)(x^2 - 2019)$$
 पर विचार करें।

परिमित क्षेत्र  $\mathbb{F}_p$  में  $f$  के कितने मूल संभव होंगे?

1. 0
2. 2
3. 3
4. 6

**Options :**

7720334329. 1

7720334330. 2

7720334331. 3

7720334332. 4

Question Number : 89 Question Id : 7720331084 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Which of the following statements are true?

1. Any compact topological space is metrizable
2. Any continuous image of a Hausdorff topological space is Hausdorff
3. If  $f: X \rightarrow Y$  is continuous and one-to-one, and  $Y$  is Hausdorff, then  $X$  is Hausdorff
4. Intersection of two connected subsets of  $\mathbb{R}$  with the usual topology is either empty or connected

Options :

7720334333. 1

7720334334. 2

7720334335. 3

7720334336. 4

Question Number : 89 Question Id : 7720331084 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्नलिखित में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. कोई भी संहत सांस्थितिक समष्टि दूरीकनीय है ।
2. हाउसडोर्फ सांस्थितिक समष्टि का कोई भी संतत प्रतिबिंब हाउसडोर्फ है ।
3. यदि  $f: X \rightarrow Y$  संतत तथा एकैकी है और  $Y$  हाउसडोर्फ है, तब  $X$  हाउसडोर्फ है ।
4.  $\mathbb{R}$  के सामान्य सांस्थितिक सहित दो संबद्ध उपसमुच्चयों का प्रतिच्छेदन या तो रिक्त है या संबद्ध ।

Options :

7720334333. 1

7720334334. 2

7720334335. 3

7720334336. 4

Question Number : 90 Question Id : 7720331085 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $X = \mathbb{N} \cup \{\infty, -\infty\}$ . Let  $\tau$  be the topology on  $X$  consisting of subsets  $U$  of  $X$  such that either  $U \subset \mathbb{N}$  or  $X \setminus U$  is finite. Let  $A = \mathbb{N} \cup \{\infty\}$  and  $B = \mathbb{N} \cup \{-\infty\}$ .

Which of the following subsets are compact?

1.  $A$
2.  $X \setminus A$
3.  $A \cup B$
4.  $A \cap B$

**Options :**

7720334337. 1

7720334338. 2

7720334339. 3

7720334340. 4

**Question Number : 90 Question Id : 7720331085 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $X = \mathbb{N} \cup \{\infty, -\infty\}$

मानें  $X$  के उपसमुच्चयों  $U$  से मिलकर बना  $\tau$ ,  $X$  पर सांस्थितिक इस प्रकार है कि या तो  $U \subset \mathbb{N}$  अथवा  $X \setminus U$  परिमित है।

मानें  $A = \mathbb{N} \cup \{\infty\}$  तथा  $B = \mathbb{N} \cup \{-\infty\}$

निम्न में से कौन से उपसमुच्चय संहत हैं ?

1.  $A$
2.  $X \setminus A$
3.  $A \cup B$
4.  $A \cap B$

**Options :**

7720334337. 1

7720334338. 2



7720334339. 3

7720334340. 4

**Sub-Section Number :** 3

**Sub-Section Id :** 77203356

**Question Shuffling Allowed :** Yes

**Question Number : 91 Question Id : 7720331086 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $f(x, y) = (y + x(1 - x^2 - y^2), -x + y(1 - x^2 - y^2))$

and consider the ODE  $(\dot{x}, \dot{y}) = f(x, y)$  with initial condition  $(x(0), y(0)) = (0, \frac{1}{2})$ .

Which of the following statements are true?

1.  $x^2(t) + y^2(t) \rightarrow \infty$  as  $t \rightarrow \infty$
2.  $x^2(t) + y^2(t) \rightarrow 0$  as  $t \rightarrow \infty$
3.  $x^2(t) + y^2(t)$  remains bounded as  $t \rightarrow \infty$
4.  $x^2(t) + y^2(t) \rightarrow 1$  as  $t \rightarrow \infty$

**Options :**

7720334341. 1

7720334342. 2

7720334343. 3

7720334344. 4

**Question Number : 91 Question Id : 7720331086 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

$f(x, y) = (y + x(1 - x^2 - y^2), -x + y(1 - x^2 - y^2))$  मानें तथा प्रारंभिक प्रतिबंध  $(x(0), y(0)) = (0, \frac{1}{2})$  वाले ODE  $(\dot{x}, \dot{y}) = f(x, y)$  पर विचार करें। निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1.  $x^2(t) + y^2(t) \rightarrow \infty$  जब  $t \rightarrow \infty$
2.  $x^2(t) + y^2(t) \rightarrow 0$  जब  $t \rightarrow \infty$
3.  $x^2(t) + y^2(t)$  परिवर्द्ध रहता है जब  $t \rightarrow \infty$
4.  $x^2(t) + y^2(t) \rightarrow 1$  जब  $t \rightarrow \infty$

**Options :**

7720334341. 1

7720334342. 2

7720334343. 3

7720334344. 4

**Question Number : 92 Question Id : 7720331087 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $x$  and  $y$  be continuously differentiable functions on  $[0, \infty)$  that satisfy the respective initial value problems (ODEs)

$$\frac{dx}{dt} + (\sin t - 1)x = \log(1 + t), \quad x(0) = 1;$$

$$\frac{dy}{dt} + (\sin t - 1)y = t, \quad y(0) = 2.$$

Define  $z(t) = y(t) - x(t)$  for  $t \geq 0$ . Which of the following statements are true?

1.  $z(1) \leq 1$
2.  $z(2) > z(1)$
3.  $z(1) > 1$
4.  $z(2) \leq z(1)$

**Options :**

7720334345. 1

7720334346. 2

7720334347. 3

7720334348. 4

Question Number : 92 Question Id : 7720331087 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें  $x$  तथा  $y$ ,  $[0, \infty)$  पर संतत अवकलनीय फलन है जो क्रमशः निम्नलिखित प्रारंभिक मान समस्या (ODEs) को संतुष्ट करता है।

$$\frac{dx}{dt} + (\sin t - 1)x = \log(1 + t), \quad x(0) = 1;$$

$$\frac{dy}{dt} + (\sin t - 1)y = t, \quad y(0) = 2.$$

$t \geq 0$  के लिए  $z(t) = y(t) - x(t)$  को परिभाषित करें। निम्नलिखित कथनों में से कौन से सत्य हैं?

1.  $z(1) \leq 1$
2.  $z(2) > z(1)$
3.  $z(1) > 1$
4.  $z(2) \leq z(1)$

Options :

7720334345. 1

7720334346. 2

7720334347. 3

7720334348. 4

Question Number : 93 Question Id : 7720331088 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  be a locally Lipschitz function. Consider the system of ODEs given

by  $\dot{x}_1 = \sin(e^{x_2}), \dot{x}_2 = f(x_1, x_2)$  with initial condition  $(x_1(0), x_2(0)) = (1, 1)$ .

Which of the following statements is true?

1. There is at most one local solution at time 0
2. There always exists a global solution defined in  $[0, \infty)$
3. There might not be any solution around the time 0
4. There is at least one solution around time 0

**Options :**

7720334349. 1

7720334350. 2

7720334351. 3

7720334352. 4

**Question Number : 93 Question Id : 7720331088 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  स्थानतः लिपशिड्ज फलन है। प्रारंभिक प्रतिबंध  $(x_1(0), x_2(0)) = (1, 1)$  के साथ दिए गए ODEs,  $\dot{x}_1 = \sin(e^{x_2}), \dot{x}_2 = f(x_1, x_2)$  की प्रणाली पर विचार करें।

निम्नलिखित में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. 0 समय पर सर्वाधिक एक स्थानीय हल है।
2.  $[0, \infty)$  में परिभाषित एक सार्वत्रिक हल सदैव विद्यमान है।
3. 0 समय के समीप कोई हल नहीं भी हो सकता है।
4. 0 समय के समीप कम से कम एक हल है।

**Options :**

7720334349. 1

7720334350. 2

7720334351. 3

7720334352. 4

**Question Number : 94 Question Id : 7720331089 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Which of the following are solutions of the Laplace equation  $u_{xx} + u_{yy} = 0$  in the unit disk  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\}$ ?

1.  $x^5 + 2x^2y^3 - y^5$
2.  $x^2 + 2xy - y^2$
3.  $\cos(y)e^x + \sin(x)e^y$
4.  $\frac{1+x}{1+2x+x^2+y^2}$

**Options :**

7720334353. 1

7720334354. 2

7720334355. 3

7720334356. 4

**Question Number : 94 Question Id : 7720331089 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

निम्न में से कौन से इकाई डिस्क  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\}$  में लाप्लास समीकरण

$u_{xx} + u_{yy} = 0$  के हल हैं?

1.  $x^5 + 2x^2y^3 - y^5$
2.  $x^2 + 2xy - y^2$
3.  $\cos(y)e^x + \sin(x)e^y$
4.  $\frac{1+x}{1+2x+x^2+y^2}$

**Options :**

7720334353. 1

7720334354. 2

7720334355. 3

7720334356. 4

**Question Number : 95 Question Id : 7720331090 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Consider the partial differential equation (PDE)

$$x\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + y\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + (x + y)\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y} - u\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) + 1 = 0.$$

Which of the following statements are true?

1. The general solution of the PDE can be expressed in the form

$$u(x, y) = ax + by + \frac{1}{a+b}, \text{ where } a \text{ and } b \text{ are arbitrary constants.}$$

2. The general solution of the PDE can be expressed in the form

$$u(x, y) = f(ax + by) + \frac{1}{a+b}, \text{ where } a \text{ and } b \text{ are arbitrary constants and } f \text{ is an arbitrary function.}$$

3. The Charpit's equations are

$$\frac{dx}{p^2 + pq} = \frac{dy}{q^2 + pq} = \frac{du}{p(p^2 + pq) + q(p^2 + pq)} = \frac{dp}{0} = \frac{dq}{0}$$

4. The Charpit's equations are

$$\begin{aligned} \frac{dx}{2px + (x + y)q - u} &= \frac{dy}{2qy + (x + y)p - u} \\ &= \frac{du}{p(2px + (x + y)q - u) + q(2qy + (x + y)p - u)} = \frac{dp}{0} = \frac{dq}{0} \end{aligned}$$

**Options :**

7720334357. 1

7720334358. 2

7720334359. 3

7720334360. 4

**Question Number : 95 Question Id : 7720331090 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

निम्न आंशिक अवकल समीकरण (PDE) पर विचार करें

$$x\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + y\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + (x+y)\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y} - u\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) + 1 = 0.$$

निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं ?

1. PDE के व्यापक हल को  $u(x, y) = ax + by + \frac{1}{a+b}$ , जहां  $a$  तथा  $b$  स्वेच्छ नियत है, प्रारूप में व्यंजित किया जा सकता है।
2. PDE के व्यापक हल को  $u(x, y) = f(ax + by) + \frac{1}{a+b}$ , जहां  $a$  तथा  $b$  स्वेच्छ नियत तथा  $f$  एक स्वेच्छ फलन है, प्रारूप में व्यंजित किया जा सकता है।
3. चारपिट समीकरण हैं  $\frac{dx}{p^2+pq} = \frac{dy}{q^2+pq} = \frac{du}{p(p^2+pq)+q(p^2+pq)} = \frac{dp}{0} = \frac{dq}{0}$
4. चारपिट समीकरण हैं

$$\begin{aligned} \frac{dx}{2px+(x+y)q-u} &= \frac{dy}{2qy+(x+y)p-u} \\ &= \frac{du}{p(2px+(x+y)q-u)+q(2qy+(x+y)p-u)} = \frac{dp}{0} = \frac{dq}{0} \end{aligned}$$

**Options :**

7720334357. 1  
7720334358. 2  
7720334359. 3  
7720334360. 4

**Question Number : 96 Question Id : 7720331091 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Consider the numerical integration formula

$$\int_{-1}^1 g(x) dx \approx g(\alpha) + g(-\alpha),$$

where  $\alpha = (0.2)^{1/4}$ . Which of the following statements are true?

1. The integration formula is exact for polynomials of the form  $a + bx$ , for all  $a, b \in \mathbb{R}$
2. The integration formula is exact for polynomials of the form  $a + bx + cx^2$ , for all  $a, b, c \in \mathbb{R}$
3. The integration formula is exact for polynomials of the form  $a + bx + cx^2 + dx^3$ , for all  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$
4. The integration formula is exact for polynomials of the form  $a + bx + cx^3 + dx^4$ , for all  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

**Options :**

7720334361. 1

7720334362. 2

7720334363. 3

7720334364. 4

**Question Number : 96 Question Id : 7720331091 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

निम्न संख्यात्मक समाकलन सूत्र

$$\int_{-1}^1 g(x) dx \approx g(\alpha) + g(-\alpha), \text{ जहाँ } \alpha = (0.2)^{1/4} \text{ पर विचार करें।}$$

निम्नलिखित कथनों में से कौन से सत्य हैं?

1.  $a + bx$  प्रारूप के बहुपदों के लिए समाकलन सूत्र सटीक है, सभी  $a, b \in \mathbb{R}$  के लिए।
2.  $a + bx + cx^2$  प्रारूप के बहुपदों के लिए समाकलन सूत्र सटीक है, सभी  $a, b, c \in \mathbb{R}$  के लिए।
3.  $a + bx + cx^2 + dx^3$  प्रारूप के बहुपदों के लिए समाकलन सूत्र सटीक है, सभी  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  के लिए।
4.  $a + bx + cx^3 + dx^4$  प्रारूप के बहुपदों के लिए समाकलन सूत्र सटीक है, सभी  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  के लिए।



**Options :**

7720334361. 1

7720334362. 2

7720334363. 3

7720334364. 4

**Question Number : 97 Question Id : 7720331092 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $\mathcal{S}$  be the set of all continuous functions  $f: [0,1] \rightarrow [0, \infty)$  that satisfy

$$\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 x f^2(x) dx + \frac{1}{8}.$$

Which of the following statements are true?

1.  $\mathcal{S}$  is an empty set
2.  $\mathcal{S}$  has at most one element
3.  $\mathcal{S}$  has at least one element
4.  $\mathcal{S}$  has more than two elements

**Options :**

7720334365. 1

7720334366. 2

7720334367. 3

7720334368. 4

**Question Number : 97 Question Id : 7720331092 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $S$  सभी संतत फलनों  $f: [0,1] \rightarrow [0,\infty)$  का समुच्चय है जो निम्न को संतुष्ट करता है:

$$\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 x f^2(x) dx + \frac{1}{8}.$$

निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं ?

1.  $S$  एक रिक्त समुच्चय है ।
2.  $S$  का सर्वाधिक एक अवयव है ।
3.  $S$  के कम से कम एक अवयव है ।
4.  $S$  के दो से अधिक अवयव हैं ।

**Options :**

7720334365. 1

7720334366. 2

7720334367. 3

7720334368. 4

**Question Number : 98 Question Id : 7720331093 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is**

**Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Consider the problem of extremising the functional

$J(y) = \int_1^3 y(3x - y) dx$  with boundary conditions  $y(1) = 1$  and  $y(3) = 2$ . Which of the following statements are true?

1. There is a unique extremal
2.  $y(x) = \frac{3x}{2}$  is an extremal
3.  $y(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$  is an extremal
4. There are no extremals

**Options :**

7720334369. 1

7720334370. 2

7720334371. 3

7720334372. 4

Question Number : 98 Question Id : 7720331093 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

परिसीमा प्रतिबंध  $y(1) = 1$  तथा  $y(3) = 2$  के साथ फलनिक

$J(y) = \int_1^3 y(3x - y) dx$  के चरममान की समस्या पर विचार करें।

निम्नलिखित कथनों में से कौन से सत्य हैं?

1. एक अद्वितीय चरम है।
2.  $y(x) = \frac{3x}{2}$  एक चरम है।
3.  $y(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$  एक चरम है।
4. कोई चरम नहीं है।

Options :

7720334369. 1

7720334370. 2

7720334371. 3

7720334372. 4

Question Number : 99 Question Id : 7720331094 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is

Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let  $B$  be the unit ball in  $\mathbb{R}^3$  centered at origin. The Euler-Lagrange equation

corresponding to the functional  $I(u) = \frac{1}{2} \int_B |\nabla u|^2 dx - \frac{1}{5} \int_B |u|^5 dx$  is

1.  $\Delta u = u^4$
2.  $\Delta u = -u^4$
3.  $\det(D^2 u) = u^4$
4.  $\Delta u = -|u|^3 u$

Options :

7720334373. 1

7720334374. 2

7720334375. 3

7720334376. 4

**Question Number : 99 Question Id : 7720331094 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $\mathbb{R}^3$  में मूल बिंदु पर केंद्रित यूनिट बॉल  $B$  है। फलनिक

$I(u) = \frac{1}{2} \int_B |\nabla u|^2 dx - \frac{1}{5} \int_B |u|^5 dx$  के संगत ऑयलर-लगांज समीकरण है:-

1.  $\Delta u = u^4$
2.  $\Delta u = -u^4$
3.  $\det(D^2 u) = u^4$
4.  $\Delta u = -|u|^3 u$

**Options :**

7720334373. 1

7720334374. 2

7720334375. 3

7720334376. 4

**Question Number : 100 Question Id : 7720331095 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $K(x, y)$  be a kernel in  $[0,1] \times [0,1]$ , defined as

$$K(x, y) = \begin{cases} x(1-y) & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ y(1-x) & 0 \leq y \leq x \leq 1; \end{cases}$$

and  $\mathcal{K}$  be the associated integral operator.

Then  $\mathcal{K}: L^2([0,1]) \rightarrow L^2([0,1])$

1. is positive definite
2. is self adjoint
3. has a non-zero null space
4. is onto

**Options :**

7720334377. 1

7720334378. 2

7720334379. 3

7720334380. 4

**Question Number : 100 Question Id : 7720331095 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $[0,1] \times [0,1]$  में  $K(x,y)$  एक अष्टि है, जो यथा परिभषित है:-

$$K(x,y) = \begin{cases} x(1-y) & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ y(1-x) & 0 \leq y \leq x \leq 1; \end{cases}$$

तथा  $\mathcal{K}$  सहचारी समाकल संकारक है। तब  $\mathcal{K}: L^2([0,1]) \rightarrow L^2([0,1])$

1. धनात्मक निश्चित है।
2. स्वसंलग्न है।
3. की शून्य समष्टि (null space) शून्यतेर है।
4. आच्छादक है।

**Options :**

7720334377. 1

7720334378. 2

7720334379. 3

7720334380. 4

**Question Number : 101 Question Id : 7720331096 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $K(x, y)$  be a kernel in  $[0,1] \times [0,1]$ , defined as  $K(x, y) = \sin(xy)$ . The integral

equation 
$$u(x) = \sin x + \int_0^1 K(x, y)u(y) dy$$

1. is uniquely solvable and the solution is differentiable
2. has more than one differentiable solution
3. has no solution
4. is solvable and the solution is not differentiable

**Options :**

7720334381. 1

7720334382. 2

7720334383. 3

7720334384. 4

**Question Number : 101 Question Id : 7720331096 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $[0,1] \times [0,1]$  में  $K(x, y)$  एक अष्टि है, जो यथा परिभाषित है  $K(x, y) = \sin(xy)$   
अवकल समीकरण

$$u(x) = \sin x + \int_0^1 K(x, y)u(y) dy$$

1. अद्वितीय रूप से समाधानीय है तथा हल अवकलनीय है ।
2. के एक से अधिक अवकलनीय हल है ।
3. का कोई हल नहीं है ।
4. समाधानीय है तथा हल अवकलनीय नहीं है ।

**Options :**

7720334381. 1

7720334382. 2

7720334383. 3

7720334384. 4

**Question Number : 102 Question Id : 7720331097 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Consider a body of unit mass moving under an attractive central force. At a certain radius  $R$ , the body moves in a circular orbit. Which of the following are true?

1. The force must be equal to  $-\frac{L^2}{R^3}$  where  $L$  is the angular momentum of the body
2. The force can be any strictly negative valued function of  $R$
3. The force can only be of the inverse square law form
4. The force cannot be of the form  $-kR$

**Options :**

7720334385. 1

7720334386. 2

7720334387. 3

7720334388. 4

**Question Number : 102 Question Id : 7720331097 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

एक आकर्षक केन्द्रीय बल के अधीन घूमते हुए इकाई द्रव्यमान की वस्तु पर विचार करें। वस्तु एक निश्चित त्रिज्या  $R$  पर वृत्ताकार कक्ष में घूमती है। निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं ?

1. बल  $-\frac{L^2}{R^2}$  में बराबर होना चाहिए, जहाँ  $L$  वस्तु का कोणीय संवेग है।
2. बल  $R$  का कोई भी दृढ़तः ऋणात्मक मान वाला फलन हो सकता है।
3. बल केवल व्यूत्क्रम वर्ग नियम प्रारूप हो सकता है।
4. बल  $-kR$  प्रारूप का नहीं हो सकता है।

**Options :**

7720334385. 1

7720334386. 2

7720334387. 3

7720334388. 4

**Sub-Section Number :**

4

**Sub-Section Id :**

77203357

Question Shuffling Allowed :

Yes

Question Number : 103 Question Id : 7720331098 Question Type : MSQ Option Shuffling : No

Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let  $A$  and  $B$  be two events. Which of the following are necessarily correct?

1.  $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$
2.  $P(A \cup B) \geq P(A) + P(B)$
3.  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
4.  $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$

Options :

7720334389. 1

7720334390. 2

7720334391. 3

7720334392. 4

Question Number : 103 Question Id : 7720331098 Question Type : MSQ Option Shuffling : No

Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें  $A$  तथा  $B$  दो घटना है । निम्न कथनों में से कौन से अनिवार्यतः सही हैं ?

1.  $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$
2.  $P(A \cup B) \geq P(A) + P(B)$
3.  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
4.  $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$

Options :

7720334389. 1

7720334390. 2

7720334391. 3

7720334392. 4



Question Number : 104 Question Id : 7720331099 Question Type : MSQ Option Shuffling : No

Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Which of the following are true?

1. If  $X_1$  and  $X_2$  are independent uniform  $(0,1)$  then  $X_1 + X_2$  is uniform  $(0,2)$
2. If  $X$  is uniform  $(0, n)$  then  $X/n$  is uniform  $(0,1)$
3. If  $X_1$  and  $X_2$  are standard normal, then  $(X_1 + X_2)/\sqrt{2}$  is standard normal
4. If  $X$  is exponential with mean 1, then  $e^{-X}$  is uniform  $(0,1)$

Options :

7720334393. 1

7720334394. 2

7720334395. 3

7720334396. 4

Question Number : 104 Question Id : 7720331099 Question Type : MSQ Option Shuffling : No

Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्नलिखित में से कौन से सत्य हैं?

1. यदि  $X_1$  तथा  $X_2$  स्वतंत्र एकसमान  $(0,1)$  हैं, तब  $X_1 + X_2$  तब एकसमान  $(0,2)$  है ।
2. यदि  $X$  एकसमान  $(0, n)$  है तब  $X/n$  एकसमान  $(0,1)$  है ।
3. यदि  $X_1$  तथा  $X_2$  मानक प्रसामान्य है, तब  $(X_1 + X_2)/\sqrt{2}$  मानक प्रसामान्य है ।
4. यदि  $X$  माध्य 1 वाला चरघातांकी है तब  $e^{-X}$  एकसमान  $(0,1)$  है ।

Options :

7720334393. 1

7720334394. 2

7720334395. 3

7720334396. 4

Question Number : 105 Question Id : 7720331100 Question Type : MSQ Option Shuffling : No

Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

$(X_n, n \geq 0)$  is a Markov chain with state space  $\{1,2,3,4,5\}$  and transition matrix

$(p_{ij})_{1 \leq i, j \leq 5}$  given by

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 \\ 1/3 & 0 & 0 & 0 & 2/3 \end{pmatrix}.$$

Which of the following are true?

1. states 2 and 3 are absorbing
2. state 3 is recurrent
3.  $\{1,5\}$  form a recurrent class
4. state 4 is transient

**Options :**

7720334397. 1

7720334398. 2

7720334399. 3

7720334400. 4

**Question Number : 105 Question Id : 7720331100 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

$(X_n, n \geq 0)$  अवस्था समष्टि  $\{1,2,3,4,5\}$  वाला एक मार्कोव श्रृंखला है तथा संक्रमण आव्यूह  $(p_{ij})_{1 \leq i, j \leq 5}$  दिया गया है

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 \\ 1/3 & 0 & 0 & 0 & 2/3 \end{pmatrix}$$

निम्नलिखित में से कौन-से सत्य हैं?

1. अवस्था 2 तथा 3 अवशोषी है ।
2. अवस्था 3 पुनरावर्ती है ।
3.  $\{1,5\}$  एक पुनरावर्ती वर्ग बनाता है ।
4. अवस्था 4 क्षणिक है ।

**Options :**

7720334397. 1

7720334398. 2

7720334399. 3

7720334400. 4

**Question Number : 106 Question Id : 7720331101 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Consider a Markov chain on a finite state space  $S$ . Suppose that the transition probability matrix  $P$  is such that the transpose of  $P$  is also a stochastic matrix. Then which of the following is necessarily true?

1. All states have the same period
2. The chain admits at most one stationary distribution
3. All states are recurrent
4. At least one state has period 1

**Options :**

7720334401. 1

7720334402. 2

7720334403. 3

7720334404. 4

**Question Number : 106 Question Id : 7720331101 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**  
**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

परिमित अवस्था समष्टि  $S$  पर एक मार्कोव श्रृंखला पर विचार करें। मानें कि संक्रमण प्रायिकता आव्यूह  $P$  इस प्रकार से है कि  $P$  का परिवर्त भी एक स्टोकास्टिक आव्यूह है। तब निम्न में से कौन सा अनिवार्यतः सत्य है ?

1. सभी अवस्थाओं का समान आवर्त है।
2. श्रृंखला सर्वाधिक/ अधिकतम एक स्थिर बंटन को स्वीकारता है।
3. सभी अवस्था पुनरावर्ती है।
4. कम से कम एक अवस्था का आवर्त 1 है।

**Options :**

7720334401. 1

7720334402. 2

7720334403. 3

7720334404. 4

**Question Number : 107 Question Id : 7720331102 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**  
**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $X, Y$  be random variables with cumulative distribution functions  $F$  and  $G$  respectively. Assume that  $F$  is continuous. Which of the following functions of  $x$  are necessarily cumulative distribution functions (CDF)?

1.  $\frac{1}{2}(1 - G(-x) + F(x))$
2.  $\frac{1}{2}(1 - F(-x) + G(x))$
3.  $F(x)G(x)$
4.  $(1 - F(x))(1 - G(x))$

**Options :**

7720334405. 1

7720334406. 2

7720334407. 3

7720334408. 4

**Question Number : 107 Question Id : 7720331102 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

माना  $X$  तथा  $Y$  क्रमशः संचयी बंटन फलन  $F$  और  $G$  वाले यादृच्छिक चर हैं। मानें कि  $F$  संतत है।  $x$  के निम्न फलनों में से कौन से अनिवार्यतः संचयी बंटन फलन (CDF) हैं?

1.  $\frac{1}{2}(1 - G(-x) + F(x))$
2.  $\frac{1}{2}(1 - F(-x) + G(x))$
3.  $F(x)G(x)$
4.  $(1 - F(x))(1 - G(x))$

**Options :**

7720334405. 1

7720334406. 2

7720334407. 3

7720334408. 4

**Question Number : 108 Question Id : 7720331103 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Suppose that  $X_1, X_2, \dots, X_n$  are independent and identically distributed Poisson ( $\lambda$ ) random variables, where  $\lambda > 0$  is unknown. Which of the following statements are true?

1.  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-1)^{X_i}$  is an unbiased estimator of  $e^{-2\lambda}$
2.  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-1)^{X_i}$  is a consistent estimator for  $e^{-2\lambda}$
3.  $\left(\frac{n-2}{n}\right)^{\sum_{i=1}^n X_i}$  is the minimum variance unbiased estimator of  $e^{-2\lambda}$
4.  $\left(\frac{n-2}{n}\right)^{\sum_{i=1}^n X_i}$  is a consistent estimator of  $e^{-2\lambda}$

**Options :**

7720334409. 1

7720334410. 2

7720334411. 3

7720334412. 4

**Question Number : 108 Question Id : 7720331103 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें कि  $X_1, X_2, \dots, X_n$  स्वतंत्र तथा सर्वसमत: बंटित प्वासों  $(\lambda)$  यादृच्छिक चर हैं, जहां  $\lambda > 0$  अज्ञात है। निम्न कथनों में से कौन से कथन सत्य हैं?

1.  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-1)^{X_i}, e^{-2\lambda}$  का एक अनभिन्नत आकलक है।
2.  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-1)^{X_i}, e^{-2\lambda}$  हेतु एक संगत आकलक है।
3.  $\left(\frac{n-2}{n}\right)^{\sum_{i=1}^n X_i}, e^{-2\lambda}$  का न्यूनतम प्रसरण अनभिन्नत आकलक है।
4.  $\left(\frac{n-2}{n}\right)^{\sum_{i=1}^n X_i}, e^{-2\lambda}$  का संगत आकलक है।

**Options :**

7720334409. 1

7720334410. 2

7720334411. 3

7720334412. 4

**Question Number : 109 Question Id : 7720331104 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $X_1, X_2$  be i.i.d. random variables which are uniformly distributed on the interval  $(0, \theta)$ . Consider the problem of testing  $H_0: \theta = 1$  versus  $H_1: \theta = 2$ . Which of the following tests have size  $\leq 0.5$  and power  $\geq 0.5$ ?

1. Reject  $H_0$  if and only if  $\max\{X_1, X_2\} \geq 1.6$
2. Reject  $H_0$  if and only if  $\min\{X_1, X_2\} \geq 1$
3. Reject  $H_0$  if and only if  $X_1 \geq 0.4$
4. Reject  $H_0$  if and only if  $X_1 - X_2 \geq 0$

**Options :**

7720334413. 1

7720334414. 2

7720334415. 3

7720334416. 4

**Question Number : 109 Question Id : 7720331104 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $X_1, X_2$  i.i.d. यादृच्छिक चर हैं, जो अंतराल  $(0, \theta)$  पर एकसमान बंटित हैं।  $H_0: \theta = 1$  के विरुद्ध  $H_1: \theta = 2$  के परीक्षण की समस्या पर विचार करें। निम्न में से किन परीक्षणों का आमाप  $\leq 0.5$  तथा घात  $\geq 0.5$  हैं?

1.  $H_0$  को अस्वीकार करें यदि और केवल यदि  $\max\{X_1, X_2\} \geq 1.6$
2.  $H_0$  को अस्वीकार करें यदि और केवल यदि  $\min\{X_1, X_2\} \geq 1$
3.  $H_0$  को अस्वीकार करें यदि और केवल यदि  $X_1 \geq 0.4$
4.  $H_0$  को अस्वीकार करें यदि और केवल यदि  $X_1 - X_2 \geq 0$

**Options :**

7720334413. 1

7720334414. 2

7720334415. 3

7720334416. 4

**Question Number : 110 Question Id : 7720331105 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be i.i.d.  $N(0, \sigma^2)$  random variables. Which of the following are sufficient for  $\sigma^2$  ?

1.  $T_1(X_1, X_2, \dots, X_n) = (X_1, X_2, \dots, X_n)$
2.  $T_2(X_1, X_2, \dots, X_n) = (X_1^2, X_2^2, \dots, X_n^2)$
3.  $T_3(X_1, X_2, \dots, X_n) = (X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2)$
4.  $T_4(X_1, X_2, \dots, X_n) = (X_1^2 + X_2^2, X_3^2 + X_4^2 + \dots + X_n^2)$

**Options :**

7720334417. 1

7720334418. 2

7720334419. 3

7720334420. 4

**Question Number : 110 Question Id : 7720331105 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $X_1, X_2, \dots, X_n$  i.i.d.  $N(0, \sigma^2)$  यादृच्छिक चर हैं। निम्न में से कौन से  $\sigma^2$  हेतु पर्याप्त हैं?

1.  $T_1(X_1, X_2, \dots, X_n) = (X_1, X_2, \dots, X_n)$
2.  $T_2(X_1, X_2, \dots, X_n) = (X_1^2, X_2^2, \dots, X_n^2)$
3.  $T_3(X_1, X_2, \dots, X_n) = (X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2)$
4.  $T_4(X_1, X_2, \dots, X_n) = (X_1^2 + X_2^2, X_3^2 + X_4^2 + \dots + X_n^2)$

**Options :**

7720334417. 1

7720334418. 2

7720334419. 3

7720334420. 4

**Question Number : 111 Question Id : 7720331106 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**



Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  and  $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$  be two independent random samples from a common continuous distribution  $F$ . Let  $W$  be the sum of ranks of  $X$  observations in the combined ranking of all the  $N = n + m$  observations. Which of the following are true?

1.  $E(W) = \frac{n(N+1)}{2}$
2.  $E(W) = \frac{N(N+1)}{4}$
3. The distribution of  $W$  is symmetric about  $\frac{n(N+1)}{2}$
4. The distribution of  $W$  does not depend on  $F$

**Options :**

7720334421. 1  
 7720334422. 2  
 7720334423. 3  
 7720334424. 4

**Question Number : 111 Question Id : 7720331106 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें कि  $X_1, X_2, \dots, X_n$  तथा  $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$  एक उभयनिष्ठ संतत बंटन  $F$  में से दो स्वतंत्र यादृच्छिक नमूने हैं। मानें कि  $W$  सभी पर्यवेक्षणों  $N = n + m$  की संयुक्त कोटियों में  $X$  पर्यवेक्षणों की कोटियों का योग है। निम्न में से कौन-से सत्य हैं?

1.  $E(W) = \frac{n(N+1)}{2}$
2.  $E(W) = \frac{N(N+1)}{4}$
3.  $W$  का बंटन  $\frac{n(N+1)}{2}$  के लगभग सममित है।
4.  $W$  का बंटन  $F$  पर निर्भर नहीं करता है।

**Options :**

7720334421. 1  
 7720334422. 2  
 7720334423. 3  
 7720334424. 4

**Question Number : 112 Question Id : 7720331107 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

A sample of size 10 is selected at random from a lot containing 20 items of a manufactured product. Suppose the total number of defectives  $D$  in the lot is unknown. Let  $X$  be the number of defectives in the sample. We wish to test  $H_0: D = 7$  against the alternative  $H_1: D > 7$ . Consider the test : Reject  $H_0$  if  $X \geq k$  where  $k$  is determined such that

$$P_{H_0}(X \geq k) \leq 0.05 < P_{H_0}(X \geq k - 1).$$

Which of the following are true?

1. The test is Uniformly Most Powerful test of its size
2. The power function of the test is increasing in  $D$
3. The power function of the test is decreasing in  $D$
4. The test is unbiased

**Options :**

7720334425. 1

7720334426. 2

7720334427. 3

7720334428. 4

**Question Number : 112 Question Id : 7720331107 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

आमाप 10 का एक नमूना यादृच्छिकतया 20 वस्तुओं वाले विनिर्मित उत्पाद के एक लॉट से चयनित है। मानें कि लॉट में कुल दोषपूर्ण  $D$  की संख्या अज्ञात है। मानें नमूना में दोषपूर्ण की संख्या  $X$  है। हम  $H_0: D = 7$  के विरुद्ध  $H_1: D > 7$  का परीक्षण करना चाहते हैं। निम्न परीक्षण पर विचार करें:  $H_0$  को अस्वीकार करें यदि  $X \geq k$  जहां  $k$  इस प्रकार से निर्धारित है कि  $P_{H_0}(X \geq k) \leq 0.05 < P_{H_0}(X \geq k - 1)$ . निम्न में से कौन-से सत्य हैं?

1. यह परीक्षण अपने आकार का सबसे शक्तिशाली परीक्षण है।
2. इस परीक्षण का घात फलन  $D$  में वृद्धिमान है।
3. इस परीक्षण का घात फलन  $D$  में हासमान है।
4. यह परीक्षण अनभिन्न है।

**Options :**

7720334425. 1

7720334426. 2

7720334427. 3

7720334428. 4

**Question Number : 113 Question Id : 7720331108 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Consider the Gauss-Markov Model  $\mathbf{Y}_{4 \times 1} = \mathbf{X}_{4 \times 4} \boldsymbol{\beta}_{4 \times 1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{4 \times 1}$ , where

$\boldsymbol{\beta} = (\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4)$  and  $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ . Two choices for  $\mathbf{X}$  are given below.

$$\text{Case-1: } \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Case-2: } \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Which of the following statements are true?

1. The contrast  $\beta_1 - \beta_2$  is estimable in Case 1, but not in Case 2
2. The contrast  $\beta_1 - \beta_2$  is estimable in both cases and  $\text{Var}(\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2)$  is larger in Case 1 than in Case 2
3. The contrast  $\beta_1 - \beta_3$  is estimable in Case 1, but not in Case 2
4. The contrast  $\beta_1 - \beta_3$  is estimable in both cases and  $\text{Var}(\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_3)$  is larger in Case 1 than in Case 2

**Options :**

7720334429. 1

7720334430. 2

7720334431. 3

7720334432. 4

**Question Number : 113 Question Id : 7720331108 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

गॉस-मार्कोव मॉडल  $\mathbf{Y}_{4 \times 1} = \mathbf{X}_{4 \times 4} \boldsymbol{\beta}_{4 \times 1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{4 \times 1}$ , जहाँ  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4)$  तथा  $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$  पर विचार करें।  $\mathbf{X}$  हेतु दो वरण निम्नतः दिए गए हैं:-

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

निम्न में से कौन-से सत्य हैं?

1. constant  $\beta_1 - \beta_2$  केस 1 में आकलनीय हैं, परंतु केस 2 में नहीं।
2. contrast  $\beta_1 - \beta_2$  दोनों केस में आकलनीय है तथा  $\text{Var}(\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2)$  केस 1 में केस 2 से बड़ा है।
3. contrast  $\beta_1 - \beta_3$  केस 1 में आकलनीय है परंतु केस 2 में नहीं।
4. contrast  $\beta_1 - \beta_3$  दोनों केसों में आकलनीय है तथा  $\text{Var}(\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_3)$  केस 1 में केस 2 से बड़ा है।

**Options :**

7720334429. 1

7720334430. 2

7720334431. 3

7720334432. 4

**Question Number : 114 Question Id : 7720331109 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Consider a population which is distributed according to  $f_{\theta}(x)$ . Here  $f_{\theta}$  depends on an unknown parameter  $\theta$  and denotes either a probability mass function or a probability density function.

Consider a random sample  $X_1, X_2, \dots, X_n$  from this population. Let  $\bar{X}$  denote the corresponding sample mean. Among the following, identify those cases for which  $\bar{X}$  is the Minimum Variance Unbiased Estimator of  $\theta$ .

1.  $f_{\theta}(x) \propto \exp\{-\theta x\}$  for  $x \geq 0$ ;  $\theta > 0$
2.  $f_{\theta}(x) \propto \exp\{-(\theta - x)^2\}$  for  $-\infty < x < \infty$ ;  $-\infty < \theta < \infty$
3.  $f_{\theta}(x) \propto \theta^x/x!$  for  $x = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\theta > 0$
4.  $f_{\theta}(x) \propto \theta^x$  for  $x = 0, 1, 2, \dots$ ;  $0 < \theta < 1$

**Options :**

7720334433. 1

7720334434. 2

7720334435. 3

7720334436. 4

**Question Number : 114 Question Id : 7720331109 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

$f_{\theta}(x)$  के अनुसार वितरित एक जनसंख्या पर विचार करें। यहां पर  $f_{\theta}$  एक अज्ञात प्राचल  $\theta$  पर निर्भर करता है तथा या तो प्रायिकता द्रव्यमान फलन या प्रायिकता घनत्व फलन को निरूपित करता है। उपयुक्त जनसंख्या में से  $X_1, X_2, \dots, X_n$  एक यादृच्छिक नमूने पर विचार करें। मानें कि  $\bar{X}$  संगत नमूना माध्य को निरूपित करता है। निम्न में उन केषों को पहचानें जिसके लिए  $\bar{X}$  का न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलन है:-

1.  $f_{\theta}(x) \propto \exp\{-\theta x\}$  for  $x \geq 0$ ;  $\theta > 0$
2.  $f_{\theta}(x) \propto \exp\{-(\theta - x)^2\}$  for  $-\infty < x < \infty$ ;  $-\infty < \theta < \infty$
3.  $f_{\theta}(x) \propto \theta^x/x!$  for  $x = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\theta > 0$
4.  $f_{\theta}(x) \propto \theta^x$  for  $x = 0, 1, 2, \dots$ ;  $0 < \theta < 1$

**Options :**

7720334433. 1

7720334434. 2

7720334435. 3

7720334436. 4

**Question Number : 115 Question Id : 7720331110 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n), n \geq 4$  be a random sample from the bivariate normal distribution with  $E(X_1) = \mu_1, E(Y_1) = \mu_2, Var(X_1) = Var(Y_1) = \sigma^2$  and the correlation coefficient between  $X_1$  and  $Y_1$  equal to  $\rho$ . All four parameters  $\mu_1, \mu_2, \sigma^2$  and  $\rho$  are unknown. Also, let

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, S_{yy} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2, S_{xy} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}).$$

Which of the following are maximum likelihood estimators of  $\rho$ ?

1.  $\frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}}$
2.  $\frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n X_i^2)(\sum_{i=1}^n Y_i^2)}}$
3.  $\frac{2S_{xy}}{S_{xx} + S_{yy}}$
4.  $\frac{2S_{xy}}{S_{xx} + S_{yy} - 2S_{xy}}$

**Options :**

7720334437. 1

7720334438. 2

7720334439. 3

7720334440. 4

**Question Number : 115 Question Id : 7720331110 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

माना कि  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n), n \geq 4$  एक द्विचर प्रसामान्य बंटन में से यादृच्छिक नमूना है, जहाँ  $E(X_1) = \mu_1, E(Y_1) = \mu_2, Var(X_1) = Var(Y_1) = \sigma^2$  तथा  $X_1$  और  $Y_1$  के बीच सहसंबंध गुणांक  $\rho$  है।  $\mu_1, \mu_2, \sigma^2$  तथा  $\rho$  सभी प्राचल अज्ञात हैं। साथ ही, मानें कि

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, S_{yy} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2, S_{xy} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}).$$

निम्न में से कौन-से  $\rho$  के अधिकतम संभावित आकलक हैं?

1.  $\frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}}$
2.  $\frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n X_i^2)(\sum_{i=1}^n Y_i^2)}}$
3.  $\frac{2S_{xy}}{S_{xx} + S_{yy}}$
4.  $\frac{2S_{xy}}{S_{xx} + S_{yy} - 2S_{xy}}$

**Options :**

7720334437. 1

7720334438. 2

7720334439. 3

7720334440. 4

**Question Number : 116 Question Id : 7720331111 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be a random sample from normal distribution with unknown mean  $\mu$  and variance 1. Let  $\bar{X}$  be the sample mean and  $X_{(1)} =$

$\min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ .

Which of the following are true?

1.  $\bar{X}$  is complete sufficient for  $\mu$
2.  $\bar{X}$  is minimal sufficient for  $\mu$
3.  $\bar{X} - X_{(1)}$  is an ancillary statistic
4.  $Cov(\bar{X}, X_{(1)}) = 0$

**Options :**

7720334441. 1



7720334442. 2

7720334443. 3

7720334444. 4

**Question Number : 116 Question Id : 7720331111 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $X_1, X_2, \dots, X_n$  अज्ञात माध्य  $\mu$  तथा प्रसरण 1 वाले प्रसामान्य बंटन में से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श हैं। मानें  $\bar{X}$  नमूना माध्य तथा  $X_{(1)} = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  है। निम्न में से कौन से सत्य हैं?

1.  $\mu$  हेतु  $\bar{X}$  पूर्णतः पर्याप्त है।
2.  $\mu$  हेतु  $\bar{X}$  अल्पिष्ठ पर्याप्त है।
3.  $\bar{X} - X_{(1)}$  एक सहायक सांख्यिकी है।
4.  $\text{Cov}(\bar{X}, X_{(1)}) = 0$

**Options :**

7720334441. 1

7720334442. 2

7720334443. 3

7720334444. 4

**Question Number : 117 Question Id : 7720331112 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

In a BIBD (Balanced Incomplete Block Design) with  $v$  treatments,  $b$  blocks, let  $t_j$  denote the effect of  $j^{\text{th}}$  treatment,  $b_t$  denote the effect of  $t^{\text{th}}$  block  
 $1 \leq j \leq v, 1 \leq t \leq b$

Which of the following statements are necessarily true?

1.  $t_j$  is estimable for all  $1 \leq j \leq v$
2.  $t_j - b_t$  is estimable for all  $1 \leq j \leq v, 1 \leq t \leq b$
3.  $t_j - t_i$  is estimable for all  $1 \leq i < j \leq v$
4.  $t_j + t_i$  is estimable for all  $1 \leq i < j \leq v$

**Options :**

7720334445. 1

7720334446. 2

7720334447. 3

7720334448. 4

**Question Number : 117 Question Id : 7720331112 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $v$  ट्रीटमेंट,  $b$  ब्लॉक वाले एक BIBD (संतुलित अपूर्ण ब्लॉक अभिकल्पना) में  $t_j, j^{th}$  ट्रीटमेंट में प्रभाव का निरूपण तथा  $b_t, t^{th}$  ब्लॉक के प्रभाव का निरूपण करता है

$$1 \leq j \leq v, 1 \leq t \leq b$$

निम्न में से कौन-से अनिवार्यतः सत्य हैं?

1.  $t_j$  सभी  $1 \leq j \leq v$  के लिए आकलनीय हैं।
2.  $t_j - b_t$  सभी  $1 \leq j \leq v, 1 \leq t \leq b$  के लिए आकलनीय हैं।
3.  $t_j - t_i$  सभी  $1 \leq i < j \leq v$  के लिए आकलनीय हैं।
4.  $t_j + t_i$  सभी  $1 \leq i < j \leq v$  के लिए आकलनीय हैं।

**Options :**

7720334445. 1

7720334446. 2

7720334447. 3

7720334448. 4

**Question Number : 118 Question Id : 7720331113 Question Type : MSQ Option Shuffling : No**

**Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

Suppose  $X$  denotes the lifetime of a system and follows the distribution with cumulative distribution function

$$F(t) = 1 - e^{-t^\gamma}, \quad t > 0, \gamma > 0.$$

Let  $r(t)$  be the hazard (failure) rate of  $X$ . Which of the following are true?

1.  $r(t)$  is increasing in  $t$  if  $\gamma > 1$
2.  $r(t)$  is decreasing in  $t$  if  $\gamma > 1$
3.  $r(t)$  is constant in  $t$  if  $\gamma = 1$
4.  $r(t)$  is decreasing in  $t$  if  $0 < \gamma < 1$

**Options :**

7720334449. 1

7720334450. 2

7720334451. 3

7720334452. 4

**Question Number : 118 Question Id : 7720331113 Question Type : MSQ Option Shuffling : No  
Is Question Mandatory : No**

**Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0**

मानें  $X$  एक प्रणाली के जीवनकाल को निरूपित करता है तथा संचयी वितरण फलन

$F(t) = 1 - e^{-t^\gamma}, \quad t > 0, \gamma > 0$  का अनुसरण करता है। मानें  $r(t)$   $X$  का हाजार्ड (फेल्योर) दर है। निम्न में से कौन से सत्य हैं?

1.  $r(t)$ ,  $t$  में वृद्धिमान है, यदि  $\gamma > 1$
2.  $r(t)$ ,  $t$  में हासमान है, यदि  $\gamma > 1$
3.  $r(t)$ ,  $t$  में अचर नियत है यदि  $\gamma = 1$
4.  $r(t)$ ,  $t$  में हासमान है, यदि  $0 < \gamma < 1$

**Options :**

7720334449. 1

7720334450. 2

7720334451. 3

7720334452. 4

Question Number : 119 Question Id : 7720331114 Question Type : MSQ Option Shuffling : No

Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let  $(X_n, n \geq 1)$  be i.i.d. random variables with mean zero and variance one. Which of the following are true as  $n \rightarrow \infty$ ?

1.  $\frac{X_1+X_2+\dots+X_n}{\sqrt{n+1}}$  converges in distribution to standard normal
2.  $\frac{X_1-X_2+\dots+(-1)^{n+1}X_n}{\sqrt{n}}$  converges in distribution to standard normal
3.  $\frac{X_1+X_2+\dots+X_n}{n+1}$  converges to zero in probability
4.  $\frac{X_1+X_2+\dots+X_n}{\sqrt{n}}$  converges to zero in probability

Options :

7720334453. 1

7720334454. 2

7720334455. 3

7720334456. 4

Question Number : 119 Question Id : 7720331114 Question Type : MSQ Option Shuffling : No

Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें  $(X_n, n \geq 1)$  शून्य माध्य तथा एक प्रसरण वाले i.i.d. यादृच्छिक चर हैं। निम्न में से कौन-से  $n \rightarrow \infty$  के लिए सत्य हैं?

1.  $\frac{X_1+X_2+\dots+X_n}{\sqrt{n+1}}$  मानक प्रसामान्य तक वितरण में अभिसरित होता है।
2.  $\frac{X_1-X_2+\dots+(-1)^{n+1}X_n}{\sqrt{n}}$  मानक प्रसामान्य तक वितरण में अभिसरित होता है।
3.  $\frac{X_1+X_2+\dots+X_n}{n+1}$  प्रायिकता में शून्य तक अभिसरित होता है।
4.  $\frac{X_1+X_2+\dots+X_n}{\sqrt{n}}$  प्रायिकता में शून्य तक अभिसरित होता है।

Options :

7720334453. 1

7720334454. 2

7720334455. 3

7720334456. 4

Question Number : 120 Question Id : 7720331115 Question Type : MSQ Option Shuffling : No

Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider a M/M/1 queue at the steady state with traffic intensity  $\rho \in (0,1)$ .

Let  $f(\rho)$  be the expected waiting time of a customer in the queue. Then

1.  $f$  is increasing in  $\rho$
2.  $f$  is decreasing in  $\rho$
3.  $f$  attains its maximum at  $\rho = \frac{1}{2}$
4.  $f$  is a smooth function in  $(0,1)$

Options :

7720334457. 1

7720334458. 2

7720334459. 3

7720334460. 4

Question Number : 120 Question Id : 7720331115 Question Type : MSQ Option Shuffling : No

Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

अपरिवर्ती अवस्था पर ट्रैफिक तीव्रता  $\rho \in (0,1)$  वाले M/M/1 पंक्ति पर विचार करें। मानें  $f(\rho)$  पंक्ति में एक ग्राहक का अपेक्षित प्रतीक्षा समय है। तब

1.  $\rho$  में  $f$  वृद्धिमान है।
2.  $\rho$  में  $f$  हासमान है।
3.  $\rho = \frac{1}{2}$  पर  $f$  महत्तम को प्राप्त करता है।
4.  $(0,1)$  में  $f$  एक मसृण फलन है।

Options :

7720334457. 1

7720334458. 2

7720334459. 3

7720334460. 4